

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 20 gennaio 1907.

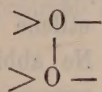
F. D' OVIDIO Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE

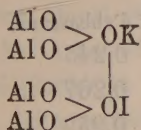
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Chimica. — *Ricerche sulla costituzione del diossietilene.* Nota di E. PATERNO e R. SPALLINO.

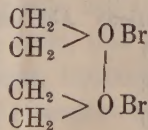
Uno di noi, in una conferenza tenuta alla Società Chimica di Roma il 12 marzo 1905, intorno all'ossigeno tetravalente, si occupò della possibilità dell'esistenza di una classe di composti di ossonio, nei quali sia contenuto un gruppo di due atomi di ossigeno tetravalenti, tra di loro collegati e scambiantesi una sola valenza, come è indicato dallo schema



aggiungendo che probabilmente a questo tipo corrispondevano: nel campo della chimica inorganica i composti di due molecole di anidride arseniosa con una di ioduro di potassio studiati da Schiff e Sestini ⁽¹⁾ e da Rüdorff ⁽²⁾, ed in quello della chimica organica il composto di ossido di etilene e di bromo ottenuto dal Würtz ⁽³⁾, per i quali potevano scriversi le formole:



e

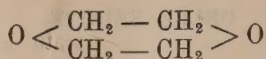


⁽¹⁾ Gazz. Chim., t. XV, pag. 156.

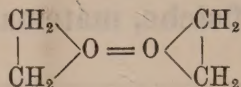
⁽²⁾ Berichte 1885, pp. 86 e 88.

⁽³⁾ Annales de Ch. et de Phys. t. 69, pag. 321.

Ammesse queste formole ne veniva che il polimero dell'ossido di etilene descritto dal Würtz e generalmente rappresentato con la formola



avrebbe dovuto rappresentarsi invece con l'altra



contenente due atomi di ossigeno tetravalente.

L'importanza dell'argomento ci ha spinto ad intraprendere una serie di esperienze i cui primi risultati furono da noi comunicati alla Società Chimica di Roma nella seduta del 10 dicembre 1905. Ma con nostra meraviglia nell'ultimo fascicolo del *Chemisches Zentralblatt* (1907, Bd. 1, n° 1, 2 gennaio) a pag. 15 abbiamo letto il sunto di un lavoro di A. Faworski sullo stesso argomento, nel quale nessun cenno è fatto del nostro studio quantunque, come abbiamo detto, pubblicato nei *Rendiconti della Società Chimica di Roma*, vol. III, pag. 186, da più di un anno.

Prima di ogni altro abbiamo voluto vedere se il peso molecolare del bromuro di ossido di etilene corrispondeva alla formola doppia $(C_2H_4O)_2Br_2$. Abbiamo preparato il composto seguendo precisamente il processo seguito dal Würtz; soltanto, invece di chiudere i tubi alla lampada, li abbiamo chiusi con un buon turacciolo di gomma; nelle numerose preparazioni da noi fatte abbiamo sovente avuto delle esplosioni, quando il miscuglio di ossido di etilene e di bromo non era tenuto raffreddato con sale e neve sino a che si raprendeva in massa solida, ciò che spesso richiedeva più di 2 giorni di tempo. In media da gr. 100 di ossido di etilene abbiamo ottenuto nelle migliori preparazioni gr. 105 del bromuro. Ne abbiamo trovato il p. di fus. a 65° e abbiamo constatato che esso è un composto pochissimo stabile: lasciato nel vuoto in presenza di acido solforico, si volatilizza completamente e rapidamente e nella campana si rinvergono vapori di bromo.

Per le determinazioni crioscopiche il solvente più appropriato ci è sembrata la benzina.

I risultati ottenuti sono stati i seguenti:

	Concentrazione	Abb. termometrico	Coeff. d'abbassam.	P. M.
I	2,60	0,64	0,246	207
II	2,88	0,77	0,267	190,7
III	3,09	0,74	0,259	212,6
IV	3,77	0,99	0,262	193,8
V	3,78	0,88	0,232	218,7
VI	6,79	1,62	0,238	213,6

Il punto di congelazione della benzina adoperata era $5^{\circ},20$. Questi risultati non lasciano dubbio che il composto abbia la formola $(C_2H_4O)_2Br_2$, per la quale si calcola il p. m. 248.

Anche il *diossietilene* fu da noi preparato seguendo precisamente le indicazioni del Würtz. Dopo tre o quattro distillazioni frazionate si ottiene allo stato di completa purezza, ed allora bolle a 101° , si solidifica nella neve e fonde a 9° . Il primo fatto che abbiamo osservato relativamente a questo corpo, che dal Würtz era stato detto indifferente, si è che esso si combina alla temperatura ordinaria direttamente col bromo per rigenerare il bromuro dal quale si era preparato; basta fare arrivare vapori di bromo in un tubo contenente del diossietilene, perchè immediatamente nelle pareti del tubo si depongano dei bei cristalli gialli del bromuro. Il bromo gocciolando nel diossietilene raffreddato perde il suo colore, ed il tutto si rapprende ben presto in una massa cristallina. Insomma il bromo si comporta come coi composti contenenti un doppio legame.

Noi, oltre al composto col bromo, abbiamo preparato i composti del diossietilene col jodio, con l'acido solforico e con alcuni sali metallici.

Il *joduro* $(C_2H_4O)_2I_2$ si prepara facilmente aggiungendo del jodio al diossietilene e scaldando leggermente; il jodio si scioglie e si forma un liquido color rosso intenso, che si rapprende per il raffreddamento in bei cristalli, fusibili a 85° , che distillano inalterati, probabilmente dissociandosi allo stato di vapore.

Avendo osservato che tanto il bromuro quanto il joduro del diossietilene con l'idrato di argento rigenerano il diossido e danno bromuro o joduro di argento, abbiamo ricorso a questa reazione per fare speditamente l'analisi del joduro.

Gr. 0,8454 di sostanza fornirono gr. 1,1599 di AgI onde si calcola

Iodio % 74,20

mentre per la formola $(C_2H_4O)_2I_2$ si calcola:

Iodio 74,26.

Il *solfo* $(C_2H_4O)_2H_2SO_4$ si prepara facilmente aggiungendo acido solforico concentrato al diossietilene; si rapprende il tutto in una massa bianca cristallina; che si scioglie completamente nell'acqua e nell'alcool decomponendosi. Nella benzina si scioglie a caldo, [ma il riscaldamento non può prolungarsi perchè la soluzione annerisce. Operando rapidamente per il raffreddamento della soluzione benzolica si ottengono bellissimi aghi bianchi, che sono deliquescenti e si alterano all'aria umida. Si possono conservare in essiccatore in presenza di anidride fosforica. Questi cristalli si fondono a 101° , in un liquido incolore, che in ambiente assolutamente privo di umidità, per

il raffreddamento si rapprende in una massa incolore. Abbiamo fatto l'analisi di questo composto per via ponderale e per via volumetrica.

Gr. 0,0685 di sostanza ci hanno fornito gr. 0,086 di solfato di bario, ossia

Acido solforico per 100 . . . 52,84

gr. 0,2014 di sostanza sciolta in acqua consumarono c. c. 21,5 di $\text{Na OH} \frac{\text{N}}{10}$,

gr. 0,2047 consumarono c. c. 22 di soda $\frac{\text{N}}{10}$ onde

Acido solforico per 100 . . . 52,38 52,66.

Per la formola $(\text{C}_2\text{H}_4\text{O})_2\text{H}_2\text{SO}_4$ si calcola:

Acido solforico $\%$. . . 52,68.

Il diossietilene si combina con la maggiore facilità col *cloruro mercurico* e fornisce il composto $(\text{C}_2\text{H}_4\text{O})_2\text{Hg Cl}_2$. Si prepara mischiando la soluzione di sublimato con diossietilene, e si ottiene immediatamente sotto forma di un precipitato bianco, solubile nell'acqua calda, nell'alcool, nell'etere e può aversi ben cristallizzato. Per lo scaldamento sublima.

All'analisi abbiamo avuto i seguenti risultati:

Gr. 0,2754 di sostanza fornirono gr. 0,2150 di Ag Cl , e perciò

Cloro $\%$. . . 19,77

mentre si calcola . . . 19,78.

Fra le varie reazioni che abbiamo tentato ci ha dato risultati degni di attenzione l'azione dell'acido jodidrico concentrato sul diossietilene a 140° in tubi chiusi. Si separa dell'iodio e nel prodotto ottenuto ci è stato possibile di riconoscere la presenza di un joduro alcoolico, probabilmente joduro di etile, e la formazione di acido acetico, che fu riconosciuto alle sue reazioni e preparandone ed analizzandone il sale di argento. Saturando il prodotto acquoso che distilla fra $100-105^\circ$ con carbonato d'argento, filtrando dal Ag I , e svaporando a b. m. si ebbero degli aghi splendenti che diedero i seguenti risultati:

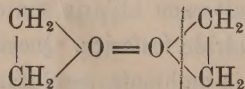
Gr. 0,2788 diedero gr. 0,2137 di Ag Cl onde per 100

Ag . . . 57,74,

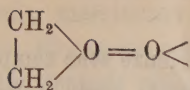
mentre si calcola per l'acetato

Ag . . . 57,75.

Questa reazione si può spiegare facilmente ammettendo che il diossietilene si scinda secondo la linea punteggiata



e che il gruppo



si trasformi per trasposizione in acido acetico, mentre il



aggiungendo HI fornisca il joduro di etile.

Abbiamo pure fatto dei tentativi per preparare il composto del diossietilene col cloro e con l'acido cloridrico, ma finora non abbiamo avuto risultati degni di nota. Abbiamo anche fatto agire su di esso l'acido ipocloroso ed il joduro di cianogeno senza miglior frutto.

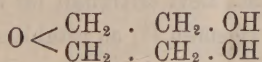
Il diossietilene si combina al percloruro di fosforo; riscaldando in tubi chiusi con percloruro e ossicloruro di fosforo reagisce, e fra i prodotti della reazione si ottiene del cloruro di etilene.

Ossidato col permanganato potassico fornisce acido carbonico col acido ossalico.

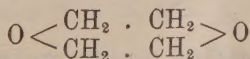
Queste esperienze, dalle quali così chiaramente risulta che il diossietilene ha il comportamento dei composti contenenti un doppio legame, e dall'altro lato quello tipico dei composti contenenti l'ossigeno basico, ci facevano propendere per la formola ossonica che abbiamo sopraccennato, quantunque non potessero considerarsi come decisive, ed in questo senso ci siamo espressi nella comunicazione fatta alla Società Chimica il 10 dicembre 1905.

Ma prima di procedere oltre abbiamo voluto esaminare se la supposizione annunciata molto tempo addietro dal Laurengo della identità dell'anidride dietilenica (p. eb. 95°) col diossietilene del Würtz (1) fosse confermata, e perciò abbiamo preparato un poco del prodotto della reazione del bromuro di etilene col glicol in tubo chiuso a 140°.

Il composto ottenuto si combina col bromo per dare il bromuro così caratteristico del diossietilene, e perciò è senza dubbio con esso identico. Questo risultato è evidentemente di una grande importanza per il problema che studiamo. Non può mettersi in dubbio che l'anidride dietilenica del Laurengo, la quale si forma dal glicol dietilenico



abbia la struttura



(1) Ann. Ch. [3] 67, 275.

e resta perciò esclusa per il diossietilene la formola che il Paternò aveva supposto.

Comunque sia queste esperienze sono sempre di una notevole importanza, perchè le proprietà ossoniche tanto nette e caratteristiche che manifesta uno degli atomi di ossigeno del diossietilene, in confronto a tutti gli altri corpi che sono stati studiati, sono del maggiore interesse e meritano di attirare l'attenzione dei chimici, tanto più che prima di ora la tetravalenza dell'ossigeno nei varî composti si era svelata rispetto agli acidi e mai rispetto al bromo o al jodio. L'argomento è meritevole di più attento studio, e noi continueremo le nostre ricerche, nella speranza che questa volta ne arriverà notizia al signor Faworski.

Geologia. — *I pretesi grandi fenomeni di carreggiamento della Sicilia.* Nota del Corrispondente GIOVANNI DI-STEFANO.

Fisica. — *La scintilla elettrica nel campo magnetico.* Nota preliminare del Corrispondente A. BATTELLI e di L. MAGRI.

Matematica. — *Il problema di Dirichlet considerato come limite di un ordinario problema di minimo.* Nota di GUIDO FUBINI, presentata dal Socio L. BIANCHI.

Le Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Encore une observation sur les fonctions dérivées.* Nota di HENRI LEBESGUE, presentata dal Socio C. SEGRE.

Dans quatre Notes de ces Rendiconti ⁽¹⁾ M. Beppo Levi s'est proposé, entre autres choses, de légitimer certains énoncés que j'ai donnés dans mes *Leçons sur l'Intégration et la recherche des fonctions primitives*. Dans la première de ces Notes M. Levi critiquait les raisonnements qui m'avaient conduit à ces énoncés; j'ai répondu ⁽²⁾ en rétablissant quelques raisonnements intermédiaires, que j'avais cru pouvoir omettre, et en réparant une erreur par l'addition de *neuf* lignes à mon raisonnement primitif.

⁽¹⁾ Vol. 15, 1° semestre, 1906, pp. 433, 551 674; 2° semestre 1906, pag. 358.

⁽²⁾ Vol. 15, 2° semestre 1906, pag. 3.

Dans la quatrième de ses Notes, M. Beppo Levi a bien voulu reproduire ces neuf lignes, mais il formule maintenant contre mon raisonnement une objection *entièrement nouvelle*. Et comme cette objection, si elle était fondée, frapperait de suspicion tous les énoncés que j'ai donnés concernant le passage d'un nombre dérivé à sa fonction primitive, la dérivation des intégrales indéfinies et la rectification des courbes on comprendra que, sans vouloir plus que M. Levi faire de la polémique, je tiens à défendre mes résultats. D'autant plus que le procédé qui m'y a conduit et que M. Beppo Levi met en question me paraît pouvoir être utile pour d'autres recherches et qu'en tous cas il m'a fourni des résultats, non encore publiés, généralisations de ceux dont il s'agit ici, concernant la dérivation seconde des intégrales doubles et la quadrature des surfaces.

Pour montrer nettement que *l'objection de M. Levi n'est nullement fondée*, je dois reprendre la question : il s'agit, sous certaines conditions, de démontrer que la variation totale d'une fonction continue est l'intégrale de la valeur absolue de l'un de ses nombres dérivés. J'avais tout d'abord ramené la question à la démonstration de l'égalité des limites de deux séries infinies à termes positifs $\sum |l_i| m(e_i)$, $\sum |l_i| m(B_i)$. Mon procédé primitif de comparaison fut trouvé, et avec raison, incorrect quand les nombres dérivés sont finis sans être bornés, mais, dans l'addition dont j'ai parlé, j'ai établi, pour tous les cas, l'inégalité

$$\sum |l_n| m(e_n) - \varepsilon \leq \sum |l_n| m(B_n) \leq \sum |l_i| m(e_n) + \varepsilon,$$

dans laquelle \sum désigne une somme étendue aux K premiers termes et ε un nombre positif. K et ε sont arbitraires, indépendamment l'un de l'autre, l'égalité des limites est donc démontrée.

M. Beppo Levi, abandonnant cette question d'égalité de limites, se demande maintenant s'il est bien vrai que $\sum |l_n| m(B_n)$ soit, comme je l'avais dit, une valeur approchée de la variation totale tendant uniformément vers cette variation quand ε tend vers zéro. *Cette objection est toute nouvelle* car elle infirmerait mon raisonnement, non seulement dans le cas où l'un des nombres dérivés n'est pas borné, mais même dans le cas où ces nombres seraient bornés; et non seulement elle infirmerait mes raisonnements mais elle infirmerait aussi en grande partie ceux de M. Levi.

Je citerai entre guillemets les raisonnements de mon livre. Je m'excuse de me citer moi-même aussi souvent, mais on verra que j'avais répondu dans mon livre à toutes les critiques formulées à son sujet par M. Levi.

« Soit une fonction $f(x)$ bornée ⁽¹⁾ définie dans un intervalle positif fini (a, b) . Partageons (a, b) à l'aide des points

$$a_0 = a \leq a_1 \leq a_2 \dots \leq a_n = b;$$

(1) « Il est d'ailleurs évident que toute fonction non bornée ne peut satisfaire aux définitions qui suivent ».

la somme

$$v = |f(a_1) - f(a_0)| + |f(a_2) - f(a_1)| + \dots + |f(a_n) - f(a_{n-1})|$$

est ce que l'on appelle la variation de $f(x)$ pour le système de points a_0, a_1, \dots, a_n . Si, quel que soit le système de points de division, v est bornée, la fonction est dite à *variation totale finie* ou, simplement, à *variation bornée*; la variation totale étant, par définition, la plus grande limite de v quand le maximum λ de la longueur des intervalles partiels employés tend vers zéro. Il est à remarquer que si, entre les points de division choisis, on intercale de nouveaux points, on augmente v ou, du moins, on ne le diminue pas; en intercalant ainsi indéfiniment de nouveaux points, de manière que λ tend vers zéro, on a une suite de nombres v tendant vers une limite, finie ou non, qui est au moins égale au nombre v dont on est parti. On peut donc dire que la variation totale de f est la limite supérieure de l'ensemble des nombres v ⁽¹⁾....

« Pour les fonctions continues on a cette propriété: la variation d'une fonction continue, relative à une division quelconque, tend uniformément vers la variation totale de cette fonction quand le maximum λ de la longueur des intervalles employés tend vers zéro.

« Soient, en effet, deux suites de divisions $D_1, D_2, \dots; \mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots$ pour lesquelles les λ tendent vers zéro, et soit λ_j la valeur de λ pour \mathcal{A}_j . Le maximum de l'oscillation de $f(x)$ dans un intervalle d'étendue λ_j est un nombre ε_j qui tend vers zéro avec λ_j . Comparons les variations v_i, v'_j relatives à D_i et \mathcal{A}_j .

« Les intervalles de \mathcal{A}_j étant toujours partagés en deux classes, soient d' ceux qui ne contiennent aucun des points de division de D_i . Considérons tous ceux des d' qui sont entre x_i et x_{i+1} , ils couvrent un intervalle dont l'origine est entre x_i et $x_i + \lambda_j$ et dont l'extrémité est entre $x_{i+1} - \lambda_j$ et x_{i+1} .

Les valeurs de $f(x)$ pour cette origine et cette extrémité diffèrent de ε_j au plus des nombres $f(x_i), f(x_{i+1})$. La contribution dans v'_j des intervalles considérés est donc au moins

$$|f(x_{i+1}) - f(x_i)| - 2\varepsilon_j$$

et la contribution de tous les d' dans v'_j est au moins égale à

$$\sum [|f(x_{i+1}) - f(x_i)| - 2\varepsilon_j] = v_i - 2n\varepsilon_j,$$

si les points de division de D_i sont en nombre n . On a, à plus forte raison,

$$v'_j \geq v_i - 2n\varepsilon_j$$

et l'une quelconque des limites des v'_j est au moins égale à l'une quelconque des limites des v_i . Mais on peut permuter v'_j et v_i , donc les v'_j et les v_i tendent vers une même limite bien déterminée ».

(1) « Et non plus la limite supérieure de la limite des nombres v ».

Ce que je viens de citer est tiré des pages 49-50, 52-53 de mon livre; M. Beppo Levi a donc raison de dire qu'à ces pages je suppose essentiellement que les divisions dont je m'occupe ne contiennent qu'un nombre fini de points. Qu'arrive-t-il quand elles en contiennent une infinité? Les propriétés restent-elles vraies? se demande M. Levi.

Pour avoir la réponse à cette question il suffisait de tourner le feuillet et de lire, aux pages 54-55: « La variation v , pour la division D , a été définie seulement dans le cas où D ne contient qu'un nombre fini d'intervalles; pour la suite, il est utile d'étudier un cas où D comprend une infinité d'intervalles. C'est le cas où les points de division de D forment un ensemble réductible E ; alors nous appellerons *variation u* , pour cette division, la somme de la série $\sum |f(x_i) - f(x_{i-1})|$, étendue à tous les intervalles (x_{i-1}, x_i) contigus ⁽¹⁾ à E .

« Nous allons comparer l'ensemble des variations u qui viennent d'être définies à l'ensemble des variations v antérieurement définies.

« L'ensemble des u contient l'ensemble des v , donc la limite supérieure de l'ensemble des u est au moins égale à la limite supérieure de l'ensemble des v . Il suffira de démontrer que u est toujours inférieure à la variation totale pour qu'il soit prouvé que la limite supérieure des u est la variation totale V .

« Soit (α, β) un intervalle contigu à E' . Soient α_1 et β_1 deux points situés dans (α, β) ; la contribution de (α_1, β_1) dans u est au plus égale à celle qu'il fournit dans V , puisque E ne contient qu'un nombre fini de points dans (α_1, β_1) . Faisons tendre α_1 et β_1 vers α et β , la proposition reste vraie et l'on trouve que (α, β) fournit dans V une contribution au moins égale à celle qu'il donne dans u ⁽²⁾.

« On prouvera de même que la proposition est vraie dans un intervalle contigu à E'' ou E''' , ...; mais l'un des dérivés de E étant nul dans (a, b) , la proposition est vraie pour (a, b) .

« Ainsi les u peuvent remplacer les v .

« Lorsqu'il s'agit d'une fonction continue, le nombre u , comme le nombre v , tend uniformément vers la variation totale, quand le maximum λ de la longueur des intervalles contigus à E tend vers zéro ».

Par conséquent je n'ai pas négligé de regarder ce qui se passe quand les points de division sont en nombre infini. Il est vrai que la dernière pro-

(1) « Un intervalle (x_{i-1}, x_i) est dit contigu à un ensemble E s'il ne contient pas de points de E et si ses extrémités font partie de E ou de E' . La dénomination d'intervalle est due à M. R. Baire ». Les intervalles contigus à un ensemble étant en nombre fini ou dénombrable la série $\sum |f(x_i) - f(x_{i-1})|$ a un sens bien net indépendant de la façon dont on range les intervalles contigus en suite dénombrable simplement infinie.

(2) Il faudrait ajouter ici que α , et β , doivent faire partie de E et dire que dans certains cas, α_1 peut être avec α et β_1 avec β .

position est seulement affirmée; pour désarmer tout scepticisme je vais indiquer sa démonstration.

Soit une division D correspondant à un ensemble réductible E et à un certain maximum λ . En choisissant convenablement un nombre fini de points de E j'ai une division D' correspondant au même nombre λ . Soient u et v les variations relatives à D et à D' . Soit (a, b) un intervalle intervenant dans D' , je dis que sa contribution dans u n'est pas inférieure à sa contribution dans v . Cela est évident si, dans (a, b) , il n'y a qu'un nombre fini de points de E ; s'il y en a un nombre infini, mais un nombre fini de points de E' , on le verra par un raisonnement analogue au précédent. On passera de là au cas où E''' serait nul dans (a, b) , etc.... (a, b) étant un intervalle quelconque de D' on a $u \geq v$. Donc $v \leq u \leq V$, et puisque v tend vers V , quand λ tend vers zéro, la proposition est démontrée.

Au paragraphe 9 de sa quatrième Note, M. Beppo Levi montre que pour calculer la variation totale d'une fonction continue non constante mais à traits d'invariabilité partout denses on ne peut employer une division qui utilise toutes les extrémités des traits d'invariabilité. Cela n'est pas en contradiction avec ce qui précède car, comme le remarque M. Levi, les points de division forment un ensemble irréductible et cela démontre seulement que les propriétés démontrées ne peuvent pas toujours être étendues à tous les ensembles. C'est là une remarque qui n'est pas nouvelle pour moi, j'écrivais en effet à la page 55 de mon livre :

« Il est important de remarquer qu'on ne peut pas remplacer l'ensemble réductible E par un ensemble non dense quelconque sans que certaines des propriétés précédentes cessent d'être vraies.

« Soit, en effet, la fonction $\xi(x)$ définie par

$$2\xi(x) = \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_3}{2^3} + \dots,$$

quand

$$x = \frac{a_1}{3} + \frac{a_2}{3^2} + \frac{a_3}{3^3} + \dots,$$

où les a sont égaux à 0 ou à 2. x appartient alors à l'ensemble Z . On vérifie immédiatement que, pour les deux extrémités d'un intervalle contigu à Z , ξ prend la même valeur; nous assujétissons ξ à rester constante dans un tel intervalle. $\xi(x)$ est maintenant partout définie; c'est une fonction croissante et, cependant, on trouvera zéro pour u , si, parmi les points de division employés, se trouvent les points de Z ».

Ainsi j'avais fait la même remarque que M. Levi et je l'avais légitimée par le même exemple. Pour que cet exemple puisse m'être opposé il faut que j'aie oublié de me conformer à mes propres prescriptions; voyons donc comment est obtenue cette valeur approchée $\sum |l_n| m(B_n)$ de la variation totale. $\sum |l_n| m(B_n)$

ne diffère que par une quantité qui tend uniformément vers zéro avec ε de la variation u calculée à l'aide d'une chaîne d'intervalles.

J'ai défini les mots *chaîne d'intervalles*, après avoir fait une première application de la chose, à la page 63: « J'appelle l'attention sur la construction employée dans la démonstration précédente.

« Je suppose qu'un procédé, permettant de construire un ou plusieurs intervalles ayant pour origine un point quelconque t_0 , ait été indiqué. Je dirai qu'un intervalle (a, b) a été couvert, à partir de a , par une chaîne d'intervalles choisis parmi les intervalles définis par le procédé donné, lorsqu'on aura construit par ce procédé un intervalle (t_1, t_2) d'origine $t_1 = a$, puis un intervalle (t_2, t_3) d'origine t_2 , etc., puis, si cela est nécessaire, un intervalle $(t_\omega, t_{\omega+1})$ dont l'origine est la limite de t_1, t_2, \dots , et ainsi de suite. Il a été démontré qu'on arrive nécessairement à atteindre b au bout d'un nombre fini ou d'une infinité dénombrable d'opérations, de sorte que la chaîne construite couvrira bien tout (a, b) ».

Et à la page 62, au sujet des points de divisions de la chaîne, je disais: « L'ensemble des valeurs $t_1, t_2 \dots$ est réductible, puisqu'il est fermé et dénombrable; donc on peut se servir des cordes tracées pour évaluer la longueur de la courbe ». Car j'avais étendu à la rectification des courbes les propriétés, ci-dessus rappelées, relatives au calcul de la variation totale.

De cet examen minutieux il résulte que je n'ai donné aucun prétexte à l'objection de M. Levi; que l'exemple du § 9 de sa quatrième Note ne peut nullement m'être opposé parce qu'il est faux d'affirmer, comme le fait M. Levi aux pages 367-368, que le système d'intervalles de ce paragraphe soit complètement assimilable aux chaînes que j'emploie. L'erreur de M. Levi vient de ceci:

Dans ma première Note j'ai cru devoir expliquer le terme un peu étrange de chaîne d'intervalles, quand il s'est présenté dans une citation de mon livre, en écrivant: C'est-à-dire une suite d'intervalles n'empiétant pas les uns sur les autres et tels que chacun d'eux ait pour origine l'extrémité du précédent ou la limite des extrémités des précédents. Si (t_1, t_2) est un intervalle de la chaîne, $\Sigma |f(t_1) - f(t_2)|$ est une valeur approchée de la variation totale de f , qui tend vers cette variation quand la longueur maximum des intervalles employés tend vers zéro.

Je considérerais comme évident que tout lecteur interpréterait ces phrases comme un rappel rapide et très incomplet des propriétés des chaînes et que ceux qui auraient besoin de renseignements complémentaires se reporteraient à mon livre. M. Beppo Levi semble, au contraire, avoir considéré que ces phrases supprimaient et annulaient tout ce que j'avais précédemment écrit et il dit que son système d'intervalles du § 9 est assimilable à une chaîne, parce que c'est un *ensemble* d'intervalles dont chacun a pour origine l'extrémité ou la limite des extrémités de ceux qui le précèdent *sur la droite*,

alors que je lui refuse cette qualité, parce que ce n'est pas une *suite* d'intervalles dont chacun a pour origine l'extrémité ou la limite des extrémités de ceux qui le précèdent *dans la suite*.

Ainsi il s'est produit ce fait bizarre qu'une démonstration, qui aurait été, semble-t-il, jugée correcte si je n'avais pas cru devoir donner les explications rappelées, a été déclaré inexacte parce que je les ai données!

Le procédé des chaînes d'intervalles semblera je pense, simple et commode pourvu qu'on n'oublie pas les propositions que je viens de rappeler. Sans doute ce procédé fait appel au transfini et utilise nombre de propriétés que, pour ma part, j'ai cru inutile même d'énoncer concernant, par exemple, la possibilité de ranger les termes d'une série absolument convergente, non seulement en suite simplement infinie de type d'ordre ω , mais encore en suite bien ordonnée dont le type d'ordre est un nombre transfini quelconque de la seconde classe numérique. C'est précisément cet emploi qui fait la simplicité du procédé car il permet de raisonner sur des séries bien ordonnées (qui possèdent, par conséquent, beaucoup de propriétés des séries ordinaires) et dont les termes sont rangés, dans la suite, dans le même ordre que les intervalles correspondants, sur la droite; de sorte qu'on peut souvent raisonner avec les chaînes comme si elles ne contenaient qu'un nombre fini d'intervalles.

Cela ne m'empêche pas d'apprécier les démonstrations qui n'utilisent pas ce procédé. En ce qui concerne celles de M. Beppo Levi, je ne puis m'empêcher de faire remarquer que leur grande parenté avec les miennes — parenté que M. Levi a l'occasion de faire ressortir en indiquant des analogies de notation et qui ne saurait m'être reprochée — plaide singulièrement en faveur de mes méthodes.

Au bas de la quatrième Note de M. Levi on peut lire:

Le precedenti osservazioni, ed il desiderio di evitare ogni apparenza polemica, credo mi dispensino dal fare altri rilievi intorno alla parte residua (pag. 7) della Nota del sig. Lebesgue. Si applica in essa la proposizione ch'era contestata, quindi solo la completa dimostrazione di questa può giustificarla: nè ciò basta ancora qui, a causa di qualche affermazione forse un po' arbitraria: così l'applicazione della proposizione in discorso a derivate che divengono infinite; e così ancora l'affermazione che si può supporre la serie dei valori delle derivate infinite in un senso solo ⁽¹⁾.

(1) Je me permets de faire observer que les affirmations que M. Levi qualifie de *forse un po' arbitraria* sont, comme celles qu'il qualifiait d'*erronee* dans sa première Note, des affirmations dont il n'a pas aperçu la justification. Mais alors, tous les raisonnements de mon Livre, à commencer par les plus classiques, pourraient être mis successivement en question car, limité quant à la place, je n'en ai peut-être pas exposé un seul tout à fait complètement. Quelles sont les explications qu'il faut donner? Quelles sont celles qu'on peut omettre? C'est une question qui m'avait préoccupé, on le verra dans la pré-

L'observation dont parle M. Levi est celle que nous venons d'examiner; puisque cette observation, loin d'être irréfutable, est inexistante, je dois répondre aux deux autres critiques formulées. Je le ferai en employant les notations et la terminologie de ma précédente Note à laquelle le lecteur voudra bien se reporter. Débarassons-nous de la seconde critique; j'ai à démontrer, pour une certaine fonction A , une propriété évidemment vraie de la différence de deux fonctions quand elle vraie de chacune d'elles; n'ai-je pas le droit de ne la démontrer que pour les deux fonctions positives

$$\frac{1}{2}[A + |A|] \quad , \quad \frac{1}{2}[|A| - A],$$

dont A est la différence?

Passons à l'autre critique: je sais que le nombre dérivé λ de l'intégrale infinie d'une fonction φ positive est, presque partout, au moins égal à φ . Appliquant le théorème permettant de remonter de λ à sa fonction primitive, qui est démontré pour λ non borné, mais fini, j'écris

$$\int_a^b (\lambda - \varphi) dx = 0$$

et j'en conclus que $\lambda - \varphi$ est presque partout nulle. Si je m'étais arrêté là, M. Levi aurait eu raison de me reprocher d'appliquer à des λ infinis un théorème démontré seulement pour les λ finis et j'aurais oublié ce que je disais aux pages 128-129: que ce théorème ainsi étendu est faux, comme le prouve l'exemple de la fonction $\xi(x)$ précédemment citée. Mais j'ajoutais: Il est vrai que λ peut, peut-être, avoir en certains points une valeur infinie; mais comme ce ne peut-être que la valeur $+\infty$ notre conclusion n'en est que renforcée. — Que fournit, en effet, le raisonnement rappelé dans la note précédente quand on l'applique au λ dont il est ici question? En quoi est-il changé?

Il y a maintenant un $e_{+\infty}$ formé des points où $\lambda = +\infty$. Si x_0 est un de ces points on ne peut choisir h de manière que le rapport $\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, où f est la fonction primitive de λ , diffère de λ de moins de ε mais, opérant comme on le fait toutes les fois qu'il s'agit de s'approcher de $+\infty$, on choisit a h de façon que ce rapport soit supérieur à $M(\varepsilon)$ croissant indéfiniment quand ε tend vers zéro. Alors, à la place de

face de mon livre; ce qui est certain maintenant, c'est que je n'ai pas été clair pour tout le monde. En ce qui concerne les dernières pages de mon livre, qui sont particulièrement concises, j'espérais que le lecteur qui m'aurait suivi jusque-là aurait acquis assez l'habitude des procédés que j'emploie et, en particulier, de celui des chaînes d'intervalles pour qu'il lui soit facile de juger de suite de l'exactitude de propositions qui me paraissaient évidentes, et d'en rétablir, s'il le voulait, les démonstrations complètes.

l'inégalité écrite au début de cette Note, on en aura une autre analogue dont le premier membre tendra vers

$$+\infty \cdot m(e_{+\infty}) + \int_E \lambda \, dx,$$

E étant le complémentaire de $e_{+\infty}$. Et puisque ceci est au plus égal à la variation totale finie de $f = \int \varphi \, dx$, on a :

$$m(e_{+\infty}) = 0 \quad , \quad \int_E \lambda \, dx \leq \int_a^b \varphi \, dx = \int_E \varphi \, dx,$$

c'est-à-dire

$$\int_E (\lambda - \varphi) \, dx \leq 0,$$

et j'ai eu raison de dire que la *conclusion n'en est que renforcée* ⁽¹⁾.

Il est certain que, écrits complètement, à supposer que cela ait un sens de dire qu'un raisonnement est écrit complètement, mes démonstrations sont longues; mais là n'est pas la question. Je les crois rigoureuses et simples parce qu'elles utilisent des principes naturels, toujours les mêmes.

Quoi qu'il en soit, nous pouvons différer d'avis M. Levi et moi sur la question de savoir si, dans une matière où le moindre écart de raisonnement a d'habitude les plus graves conséquences, j'ai donné, dans en avoir une justification complète ou l'ayant, des énoncés qui se sont trouvés être exacts, mais nous sommes d'accord pour trouver ces énoncés exacts. Je pense que tous ceux qui se reporteront, soit aux travaux de M. Levi, soit aux miens, seront de notre avis. Et comme c'est là le seul point important je m'abstiendrai dorénavant de répondre aux critiques qui pourront être formulées.

Matematica. — *Sopra una questione di minimo, che si riconnette col problema di Dirichlet.* Nota del dott. S. MEDICI, presentata dal Socio L. BIANCHI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

(1) Une partie de ce raisonnement est développée p. 128 de mon livre.

Fisica. — *Esperienze illustrative per la teoria del Volterra su l'equilibrio dei corpi elastici più volte connessi* ⁽¹⁾. Nota di LUIGI ROLLA, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

1. Il Volterra ha recentemente pubblicati in questi Rendiconti i risultati da lui ottenuti su l'equilibrio dei corpi elastici più volte connessi ⁽²⁾. Io mi sono proposto di ricercare un metodo, che ne fornisse una verifica, adatta, per quanto è possibile, alle dimostrazioni dei corsi. Dopo varî tentativi mi sono deciso per un procedimento ottico, fondato su la doppia rifrazione accidentale, che le deformazioni provocano in un corpo isotropo.

Il corpo scelto fu la gelatina ⁽³⁾ e il metodo è suggerito dalle ricerche teoriche del Voigt.

Il Voigt ha dimostrato ⁽⁴⁾ che, se ad un solido precedentemente isotropo, si danno tre dilatazioni α , β , γ secondo gli assi, gli indici principali di rifrazione n_x , n_y , n_z (relativi alla propagazione di forze elettriche parallele ad x , y e z rispettivamente) si possono calcolare con le formule:

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} n_x^2 &= 1 + 4\pi T^2 (1 - \alpha - \beta - \gamma) \frac{Ne^2}{k(1 + p\alpha + p'\beta + p'\gamma) T^2 - m} , \\ n_y^2 &= 1 + 4\pi T^2 (1 - \alpha - \beta - \gamma) \frac{Ne^2}{k(1 + p'\alpha + p\beta + p'\gamma) T^2 - m} , \\ n_z^2 &= 1 + 4\pi T^2 (1 - \alpha - \beta - \gamma) \frac{Ne^2}{k(1 + p'\alpha + p'\beta + p\gamma) T^2 - m} ; \end{aligned} \right.$$

in queste, T è il periodo delle onde trasmesse, e le N , e , k , m , p e p sono costanti del mezzo.

Poste

$$\alpha = \beta = \gamma = 0$$

risulta

$$(2) \quad n^2 = 1 + 4\pi T^2 \frac{Ne^2}{k T^2 - m}$$

valore dell'indice prima della deformazione.

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto fisico della R. Università di Genova.

⁽²⁾ V. Volterra. (Rend. R. Acc. Lincei, serie V, vol. XIV, 127, 193, 351, 431, 641; XV, 519 e Nuovo Cimento, serie V, tomo X, pag. 361; tomo XI, 5, 144, 205, 338).

⁽³⁾ La gelatina pareva particolarmente indicata per la cospicuità della rifrazione accidentale; si veda in proposito W. König, *Einige Bemerkungen über die Beziehung zwischen künstlicher Doppelbrechung und Elasticität* (Boltzmann's Festschrift. Leipzig, Barth, 1904, pag. 832).

⁽⁴⁾ W. Voigt, *Beiträge zur Elektronentheorie des Lichtes* (Ann. der Physik (4), VI, 459, 1901).

Ciò posto, è facile vedere che, ove si ammettano trascurabili i termini di secondo grado nelle α , β e γ , e si tenga conto delle (2), le (1) potranno mettersi sotto la forma

$$\left\{ \begin{array}{l} n_x^2 = n^2 + A\alpha + B\beta + B\gamma \\ n_y^2 = n^2 + B\alpha + A\beta + B\gamma \\ n_z^2 = n^2 + B\alpha + B\beta + A\gamma, \end{array} \right.$$

dalle quali segue subito, nelle stesse ipotesi,

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} n_x = n + a\alpha + b\beta + b\gamma \\ n_y = n + b\alpha + a\beta + b\gamma \\ n_z = n + b\alpha + b\beta + a\gamma, \end{array} \right.$$

con a , b , c costanti.

Supponiamo adesso che la luce proceda secondo l'asse della x , attraversando normalmente una lastra a facce piane e parallele; la differenza di fase, che illumina il campo fra i due Nicol incrociati, sarà data per la (3) da

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= K (n_y - n_x) \\ &= K (a - b) (\beta - \gamma) \\ &= H (\beta - \gamma), \end{aligned}$$

o, se la deformazione avviene solamente secondo la z , da

$$\mathcal{A} = -H\gamma;$$

la \mathcal{A} cambia dunque di segno insieme con la γ . Questa proprietà è del resto notissima. Ne abbiamo voluto dare qui una deduzione dalle formule del Voigt. Secondo la teoria se si interpongono sul cammino della luce due lastre uguali in tutto, delle quali una sia un poco stirata, e l'altra compressa d'altrettanto, il campo deve rimanere oscuro.

2. Preparavo la gelatina, diluendo, a bagno maria, circa cinquanta grammi di colla di pesce in fogli, in trecento centimetri cubici di acqua. Chiarificato il liquido ottenuto, mediante albume di uovo, a più di cento gradi, filtravo alla pompa. Il prodotto è limpido e gelatinizza anche a trenta centigradi.

Per prima cosa ho cercato di verificare la compensazione degli effetti ottici, per due lastre del medesimo spessore, compressa l'una, e l'altra stirata in eguale misura. E questo fu fatto assai semplicemente con due apparecchi, uno dei quali è rappresentato dalla figura 1.

È costituito da due pezzetti di legno attaccati a due liste di ottone, di cui una è fissa, e l'altra può scorrere su due sostegni pure di ottone. La vite, in quello superiore, è fissata, dimodochè esso si abbassa e si alza, girandola in un senso o nell'altro.

Se ora, alle due liste di legno, saldiamo un parallelepipedo di gelatina, questo verrà stirato o compresso di una stessa quantità, girando la vite di uno stesso numero di giri.

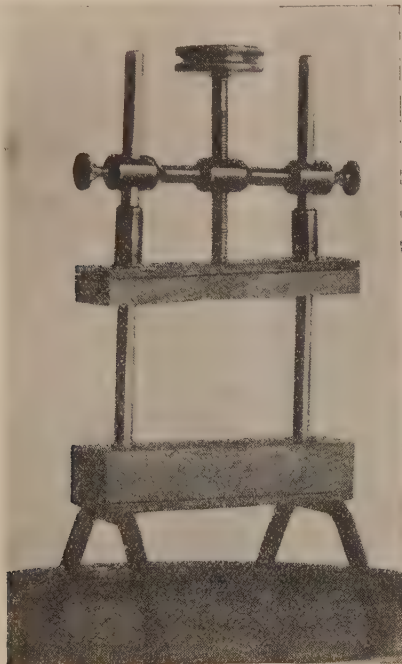


FIG. 1.

Mettiamo ora due apparecchi così fatti, eguali, uno di fronte all'altro, ed osserviamo, a Nicol incrociati, la luce monocromatica che attraversa due parallelepipedi di gelatina di due centimetri di larghezza, cinque di altezza e cinque di lunghezza. Nello stato iniziale se ne riconosce molto bene l'isotropia. Girando di un mezzo giro la vite di uno degli apparecchi nel senso delle lancette di un orologio, compare evidentissima la doppia rifrazione, la quale rimane esattamente compensata per un mezzo giro, eseguito in senso opposto, dalla vite dell'altro apparecchio.

E così si verifica la conseguenza dedotta dalla formula

$$\Delta = -H\gamma$$

e si ottiene nello stesso tempo un mezzo, per riconoscere se in un blocco

di gelatina deformato secondo la z , sia avvenuta una distensione o una compressione.

Resta a vedersi come il metodo si possa applicare allo studio dei fenomeni del Volterra.

3. Ricorderò all'uopo che, secondo i calcoli di questo A., se in un cilindro cavo di rivoluzione si opera un taglio radiale, e poi se ne congiungono le facce, si provoca una deformazione elastica tale che, mantenendo le basi piane e alla primitiva distanza, si ottiene una regione tesa e una regione compressa, separate, in ciascuna base, da un cerchio; e questo cerchio ha per raggio la media aritmetica dei raggi estremi, a meno di quantità del secondo ordine.

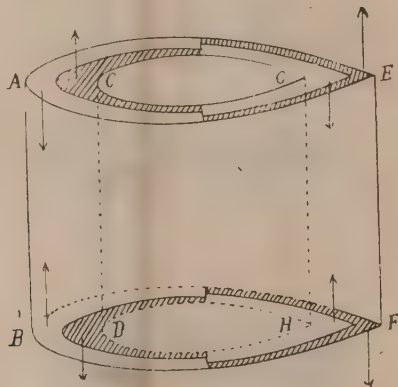


FIG. 2

Facendo invece, in un cilindro cavo, un taglio uniforme, ossia a facce parallele, e saldandole poi, la deformazione elastica che si produce è diversa dalla precedente, e tale che, senza lo sviluppo della teoria, non potrebbe certamente essere prevista.

Si distinguono, in questo caso, tenendo le basi piane e alla primitiva distanza, quattro zone, rispettivamente dilatate e compresse, non simmetriche per rapporto all'asse del cilindro.

Nella figura 2, come nella Memoria del Volterra da cui è tolta, le regioni tese sono quelle chiare, e le compresse sono quelle scure.

Di più, vi è una linea neutra.

Lasciando libere le basi, in virtù delle deformazioni del cilindro, esse dovranno assumere degli aspetti particolari, assai differenti nei due casi. Infatti, per ciò che è detto innanzi, nel caso del taglio radiale, « il corpo non conserva la forma cilindrica, ma l'orlo interno delle due basi si rigonfia sollevandosi, si contorce invece l'orlo esterno e si forma un restringimento nella parte media del cilindro ».

Dopo un taglio uniforme, invece, il cilindro viene ad assumere una forma particolare data dal fatto che l'orlo interno in C dovrà rialzarsi (fig. 2) e abbassarsi in D, mentre si abbasserà l'orlo interno in A, e si solleverà in B.

Con cilindri cavi di caoutschouck poterono essere misurate le deformazioni delle basi, e i dati dell'esperienza concordano pienamente con quelli della teoria.

4. Il metodo ottico permette a sua volta di stabilire il confronto, ma in condizioni più simili alla ipotesi del calcolo.



FIG. 3.

La gelatina fu versata dapprima in una forma cilindrica di latta (alta sei centimetri, il cui raggio esterno è di cinque centimetri, e quello interno di due), la quale ha un setto radiale di circa cinquantasei gradi, ed è munita di quattro cilindretti di ottone, mobili, disposti in modo, da poter ottenere nel cilindro di gelatina solidificata, quattro fori che arrivino tutti alla metà del suo spessore. Tre di questi fori debbono rimanere dalla parte esterna e uno da quella interna (fig. 3).

La posizione e la direzione dei fori, è calcolata in modo, che, saldate le facce della fenditura ⁽¹⁾, ne rimangono due degli esterni in linea retta, e il terzo corrisponde a quello interno.

⁽¹⁾ Per fare la saldatura, si spalmano le facce del taglio con un po' di gelatina fusa, e poi si tengono aderenti, con un mezzo qualunque, per esempio, appoggiandovi qualche oggetto, finchè questa non sia solidificata. Ciò avviene rapidamente, data la grande viscosità della gelatina preparata col metodo del § 2.

Alle basi del cilindro, saldata la ferita, si vedono chiaramente le deformazioni del Volterra (fig. 4).

Se ora si saldano con cura le due basi, per tutta la loro superficie, a due piatti di legno, in modo che esse rimangano piane e alla primitiva distanza, debbono riuscire manifesti i fenomeni di doppia rifrazione accidentale.

Infatti, a luce rossa, fra due nicol incrociati, si osserva facilmente che la luce, attraverso ai due fori esterni, non si spegne, nè ha un minimo di



FIG. 4.

intensità. Attraverso ad un foro esterno e a quello interno, invece, la gelatina mostra di essere isotropa. Sfondando uno dei fori, ossia osservando coll'analizzatore la luce polarizzata, attraverso ad un solo foro, ritorna la birifrangenza.

Questo va esattamente d'accordo con la teoria. Infatti le due zone rispettivamente compresse e dilatate sono simmetriche rispetto all'asse del cilindro cavo, e separate da un cilindro coassiale avente per raggio la media aritmetica dei raggi estremi di quello primitivo. La natura poi della deformazione si può riconoscere col metodo del § 2, e si mostra in ogni caso conforme a quella preveduta.

5. Completamente simile è l'esperienza nel caso del taglio uniforme, sebbene diversi i risultati. La forma (fig. 5) possiede un setto di sei centimetri, e quattro cilindretti disposti in modo analogo al caso precedente.

Saldate le facce della fenditura, il cilindro assume la forma rappresentata dalla fig. 6.



FIG. 5.

La distribuzione delle tensioni e delle compressioni si deduce subito saldando le basi ai due pezzi di legno, come nel caso precedente, ed osser-



FIG. 6.

vando con un nicol la luce polarizzata che attraversa le varie regioni del cilindro.

Osservando attraverso ai fori esterni, la gelatina si mostra isotropa, attraverso ad uno esterno e all'altro interno, essa mostra di essere in sommo grado birifrangente, e, finalmente, attraverso ad un solo foro, la birifrangenza si mantiene evidentissima. E, in quest'ultimo caso, è facile di nuovo stabilire il segno della deformazione.

6. Le esperienze descritte in questa Nota possono proiettarsi, per renderle visibili ad un grande uditorio, e convengono dunque bene alle dimostrazioni della scuola.

Geologia. — *Sopra l'esistenza del Devoniano inferiore fossilifero nel versante italiano delle Alpi Carniche* ⁽¹⁾. Nota di MICHELE GORTANI presentata dal Socio G. CAPELLINI.

I terreni fossiliferi del periodo devonico finora scoperti nell'Italia continentale appartengono tutti alla maggior catena delle Alpi Carniche. Ma, non ostante questa loro scarsezza, che aumenta l'interesse della loro fauna singolare, i geologi nostri ne hanno trascurato quasi affatto lo studio: studio che i risultati conseguiti dal Frech ⁽²⁾ nel versante carinziano della catena bastavano a far giudicare proficuo.

In base alle scoperte paleontologiche fatte nel versante austriaco e alle sue idee sulla tettonica della regione, il Frech ammise bensì nella Carnia la presenza di terreni neo e mesodevonic, ma non segnalò alcun giacimento fossilifero del Devoniano inferiore. E a questo livello non si può ascrivere con sicurezza nessuno dei fossili che il De Angelis ⁽³⁾ studiò nel 1899 e nel 1901, e che sono i soli del nostro versante fino ad oggi illustrati.

Il De Angelis concluse, è vero, affermando la presenza dell'Eodevonic fossilifero nelle pendici meridionali della più alta giogaia carnica, fra le casere Monumènz e Val di Collina. Ma tale asserzione non si basava che sulla presenza di tre specie, *Tornoceras inexpectatum* Frech, *Cyphaspis* sp. e *Gosseletia* cfr. *distincta* Foll., delle quali la prima, come dimostrò il Geyer ⁽⁴⁾ appartiene a un livello neosiluriano, la seconda non può avere serio valore, e la terza, oltre al non essere determinata con sicurezza, fu

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nel R. Istituto geologico di Bologna.

⁽²⁾ F. Frech, *Die Karnischen Alpen*. Halle, 1894. In questo lavoro l'A. riassume anche le due memorie precedenti, pubblicate nella Zeitschr. d. Deut. geol. Ges. fra il 1888 e il 1894.

⁽³⁾ G. De Angelis d'Ossat, *Seconda e Terza contribuzione allo studio della fauna fossile paleozoica delle Alpi Carniche*. Mem. R. Acc. Lincei, ser. 5, vol. III e IV. Roma, 1899 e 1901.

⁽⁴⁾ G. Geyer, *Bericht über die Exkursion in die Karnischen Alpen*. C. R. IX Congr. géol. intern., vol. II, pag. 886. Vienna, 1904.

trovata anche in terreni mesodevonici. Le conclusioni del De Angelis, per quanto verisimili, non potevano dunque venir accettate senz'altro e meritavano una nuova conferma ⁽¹⁾.

Fu questo il punto di partenza delle mie ricerche, con lo scopo di riprendere in esame accurato la questione dell'esistenza o meno, nelle Alpi italiane, di assise fossilifere spettanti al Devoniano inferiore. Le ricerche, benchè preliminari soltanto e limitate alla più alta giogaia carnica, ebbero il migliore successo. Tralasciando alcune forme eodevoniche (come *Pentamerus optatus* Barr. e *Conocardium artifex* Barr.) rinvenute alla base del M. Coglians, potei raccogliere una ricca fauna nella Cianeate, sul M. Kellwand, a partire dai 2250 m. di altezza. Elenco senz'altro i fossili che son riuscito a isolare.

- | | |
|--|---|
| 1. <i>Strophomena irregularis</i> Roem. | 15. <i>Pentamerus biplicatus</i> Schnur. |
| 2. <i>Orthothetes umbraculum</i> Schloth. | 16. " <i>Oehlerti</i> Barrois. |
| 3. <i>Atrypa aspera</i> Schloth. | 17. " n. f. |
| 4. <i>Karpinskya Consuelo</i> , var. <i>alpina</i>
n. f. | 18. <i>Rhynchonella subtetragona</i> Sch. |
| 5. " <i>Consuelo</i> , var. <i>Taramelli</i> n. f. | 19. " <i>bijugata</i> Schnur. |
| 6. " <i>Consuelo</i> , var. <i>Geyeri</i> n. f. | 20. " <i>princeps</i> Barr. |
| 7. <i>Spirifer</i> cfr. <i>indifferens</i> Barr. | 21. " n. f. |
| 8. " <i>cabedanus</i> Vern., var. <i>bifidus</i> n. f. | 22. " cfr. <i>Bischoff</i> Roem. |
| 9. " <i>Dereinsi</i> Oehl. | 23. " <i>amalthoides</i> Barr. |
| 10. " <i>undiferus</i> Roem. | 24. " <i>transversa</i> Hall. |
| 11. " <i>infimus</i> Whidb. | 25. " <i>canovatensis</i> n. f. |
| 12. <i>Retzia Haidingeri</i> Barr., var. <i>prominula</i> (Roem.). | 26. <i>Waldheimia juvenis</i> Sow. |
| 13. " <i>Haidingeri</i> , var. <i>dichotoma</i> Barrois. | 27. <i>Waldheimia Whidbornei</i> Dav. |
| 14. " <i>baschkirica</i> Tschern. | 28. <i>Pterinea carnica</i> n. f. |
| | 29. <i>Avicula Boydi</i> Conr. |
| | 30. <i>Aviculopecten princeps</i> Conr. |
| | 31. " <i>incertus</i> Oehl. |
| | 32. <i>Cypricardina gratiosa</i> Barr. |
| | 33. <i>Paracyclas</i> sp. |
| | 34. <i>Conocardium artifex</i> Barr. |

(1) Parimenti discutibile è l'opinione del Frech (*Ueber unterdevonische Korallen aus den Karnischen Alpen*. Zeitschr. Deut. geol. Ges., vol. XLVIII, Briefl. Mitt., pag. 199. Berlino, 1896), benchè accettata dal Geyer (*Erläuterungen zur geol. Sp.-Karte der Oest.-ung. Monarchie, SW-Gruppe Nr. 71, Oberdauburg-Mauthen*, pag. 34. Vienna, 1901), che riferisce all'Eodevónico i calcari a coralli silicizzati del M. Lodin. Lo studio del De Angelis (1901) ne fisserebbe l'età al Devoniano medio; ma la loro posizione stratigrafica, fra i calcari mandorlati del Siluriano superiore, li farebbe piuttosto inglobare nei terreni di questo periodo e rende desiderabile un nuovo esame della loro fauna, su materiali più abbondanti.

- | | |
|--|--|
| 35. <i>Conocardium abruptum</i> Barr. | 45. <i>Orthoceras</i> cfr. <i>tenuistriatum</i> Mnstr. |
| 36. <i>Straparollus</i> cfr. <i>flexistriatus</i> Whith. | 46. <i>Calymmene</i> cfr. <i>reperta</i> Oehl. |
| 37. <i>Euomphalus subalatus</i> Vern. | 47. <i>Bronteus alpinus</i> n. f. |
| 38. " n. f. | 48. <i>Phacops latifrons</i> Bronn |
| 39. <i>Cyclonema Guilleri</i> Oehl. | 49. <i>Cheirurus Sternbergii</i> Boeck. |
| 40. <i>Naticopsis</i> sp. | 50. " <i>Pengelli</i> Whidb. |
| 41. <i>Platyceras selcanum</i> Gieb. | 51. <i>Lichas</i> cfr. <i>devonianus</i> Whidb. |
| 42. " " , var. <i>extensum</i> (Barrois). | 52. <i>Proetus bohemicus</i> Barr. |
| 43. <i>Loxonema pexatum</i> Hall | 53. " <i>subfrontalis</i> Whidb. |
| 44. <i>Orthoceras carnosum</i> Hall | 54. " sp. |
| | 55. <i>Phillipsia</i> cfr. <i>setosa</i> Whidb. |

Questo rinvenimento ha uno speciale interesse stratigrafico, perchè, delle forme cronologicamente importanti, 4 sole sono neodevoniche, 13 mesodevoniche e ben 23 appartengono al Devoniano inferiore, livello a cui spetta la fauna. La quale è interessante anche dal punto di vista paleontologico, e per le sue affinità con le contemporanee ⁽¹⁾, e per la comparsa in massa del singolare e poco noto genere *Karpinskya*, con una nuova e bella specie, la *K. Consuelo*.

La descrizione minuta della fauna suaccennata e l'ampia discussione del suo significato stratigrafico furono presentate da me fin dal marzo 1905 alla riunione invernale della Società geologica italiana ⁽²⁾ e poco dopo trasmesse al prof. Canavari che accettò gentilmente di pubblicare il lavoro nella *Palaeontographia Italica* da lui diretta. Perciò non sarebbe valsa la pena di farne parola, se la stampa non tardasse per varie cagioni oltre il previsto, mentre d'altro canto lo Scupin sta ora occupandosi a sua volta del Devoniano carnico e ha già reso nota la prima parte del suo lavoro ⁽³⁾, in cui però non sono ancora toccate le formazioni italiane.

⁽¹⁾ Tali affinità non sono spiccate in modo particolare per un dato giacimento, ma sono divise in misura su per giù uguale fra i depositi degli Urali, dell'Inghilterra meridionale, della Boemia, di Erbray e del bacino renano.

⁽²⁾ Vedi infatti il *Resoconto dell'adunanza generale del 12 marzo* nel Boll. Soc. geol. ital., vol. XXIV, pag. XXXII. Roma, 1905.

⁽³⁾ H. Scupin, *Das Devon der Ostalpen. IV. Die Fauna des devonischen Riffkalkes. II. Lamellibrachiaten und Brachiopoden*. Zeitschr. Deut. geol. Ges., vol. LVII [1905], pag. 91, e vol. LVIII [1906], pag. 213. Berlino, 1906.

Geologia. — *Avanzi preistorici nel travertino dell'Acqua dei Corsari presso Palermo.* Nota del dott. EMMANUELE SALINAS, presentata dal Socio G. STRÜVER.

Il tufo calcareo del Palermitano consta di tre strati diversi: l'inferiore, alle volte passante ad un sabbione, e nel quale ritrovasi il *Carchorodon augustidens* Sismonda, e l'*Echinolampas Hoffmanni* Desor; il medio ricco di specie nordiche e veramente tipo del Piano Siciliano di Doderlein ed il superiore (*scurciuni*) di frequente arenaceo e certamente quaternario.

A tre chilometri a sud-est di Palermo questo strato superiore del calcare arenaceo, caricandosi sempre più d'arenaria, passa ad una vera puddinga a piccoli elementi (*pietra molara*) nella quale si sono ritrovati avanzi di elefanti e di iena; procedendo per altri due chilometri la potenza della puddinga aumenta notevolmente e, presso il Mulino dell'Acqua dei Corsari, in una cava e nella sezione stradale raggiunge circa tre metri; sopra vi riposa un conglomerato potente in media 50 centimetri e sopra ancora un travertino d'origine lacustre il quale arriva alla potenza di più che quattro metri.

Questo travertino del quale, per il primo, mi sono occupato nella mia tesi di laurea sul Piano Siciliano dei dintorni di Palermo, si estende per circa un chilometro quadrato ricoperto quasi sempre dai terreni coltivati ed affiorando a monte nella località detta Musica d'Orfeo presso Torrelunga,

La natura litologica di questa roccia è variabile: la parte inferiore è più dura, concrezionata, con numerose filliti; la parte media più potente è friabile, omogenea, dall'aspetto di fango, ricchissima di molluschi fossili e nella quale ho raccolto le seguenti specie:

<i>Succinea</i> sp.	<i>Pisidium australe</i> Ph.
<i>Cyclostoma elegans</i> Müller.	<i>Ancylus Tiberianus</i> Benoit.
<i>Helix consona</i> Ziegler.	<i>Hyalinia hydatina</i> Müller.
" <i>virginalis</i> Jan.	" <i>Pseudoamnicola Siculina</i> Ben.
" <i>acuta</i> Lin.	" " <i>lacunoides</i> Paolucci.
" <i>vermiculata</i> Müller.	<i>Planorbis subangulatus</i> Ph.
" <i>aspera</i> "	" <i>cristatus</i> Drap.
" <i>rotundata</i> "	<i>Limnaea palustris</i> Müller.
<i>Rumina decollata</i> Lin.	" <i>peregra</i> "
<i>Cionella lubrica</i> "	

specie tutte adesso viventi nel vicino fiume Oreto ed in un laghetto proprio confinante col deposito in questione.

La parte superiore del travertino potente metri 2,50 è resistente, dura, concrezionata come l'inferiore e sembra a prima vista formata da un'unica massa, mentre invece risulta di due strati quasi eguali in potenza divisi da uno straterello potente in media 40 centimetri formato da *humus* di natura calcarea e molto nerastro.

Ricercando in questa zona mediana ho trovato dei pezzetti d'ossidiana, qualche coccio preistorico, valve di patelle, una serie di gusci di molluschi terrestri eduli ed avanzi di carbone.

Con l'aiuto della Direzione del Museo Nazionale di Palermo ho proceduto ad un saggio facendo eseguire una fossa profonda m. 2,50 dal terreno coltivato soprastante; tolta la terra ed il travertino superiore potente m. 1,25, pervenuti allo strato terroso, nella sezione naturale del quale avevo trovato gli avanzi preistorici, abbiamo rinvenuto un'accetta di fattura molto grossolana, una punta di raschiatoio d'ossidiana, un coltellino e pezzi informi dello stesso minerale, gusci di patelle ed elici, diversi frammenti di terre-cotte e molti ciottoli più o meno manufatti.

La posizione veramente singolare di questi avanzi, e che esclude possibili rimaneggiamenti del terreno per azione dell'uomo o degli agenti esterni, consiglia di eseguire in primavera uno scavo più esteso dal quale potranno ricavarci elementi preziosi per la preistoria; per ora, dando notizia di questo studio iniziato, mi limito a porre in rilievo come la potenza notevole del travertino soprastante costituisca per me una prova indiscutibile dell'antichità grandissima di questa stazione umana.

Fisica. — *L'isteresi magnetica del ferro per correnti di alta frequenza.* Nota di O. M. CORBINO, presentata dal Corrispondente D. MACALUSO.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Il fenomeno dell'arco cantante in un circuito, che non ha un periodo proprio d'oscillazione.* Nota del dott. MICHELE LA ROSA, presentata dal Corrispondente D. MACALUSO.

Nello studio del fenomeno dell'arco cantante, è stato sinora generalmente ritenuto, che le oscillazioni possono solamente prodursi, se il circuito derivato ai suoi poli ha un periodo proprio. È stato però anche osservato, che spesso il periodo delle oscillazioni prodotte, non è quello, che con le leggi della elettrodinamica si ricaverebbe dalle costanti del circuito stesso, e che dipende, inoltre, dalla lunghezza dell'arco e dall'intensità della corrente d'alimentazione.

Questo comportamento, recentemente rischiarato dalle belle ricerche del prof. Simon ⁽¹⁾, induce a pensare, che l'arco non serva soltanto a riparare alle perdite di energia che hanno luogo nel circuito derivato, ma che esso intervenga direttamente nella produzione del fenomeno, imponendo delle condizioni dipendenti dal suo funzionamento. Può quindi sorgere il dubbio, che l'arco, per sè solo, abbia facoltà d'intrattenere delle oscillazioni nel circuito derivato ai suoi poli, anche quando questo non abbia un periodo di oscillazione proprio.

La relazione che rilega l'intensità della corrente nell'arco con la differenza di potenziale ai suoi poli, è assai complessa e dipendente anche dalla rapidità con cui mutano questi elementi ⁽²⁾; non è perciò facile dedurre con un calcolo anche approssimato la possibilità di tali oscillazioni. Un ragionamento sintetico ci permette, però, di ottenere qualche utile indicazione sul riguardo.

Supponiamo l'arco già acceso, ed in quelle condizioni di funzionamento, che corrispondono al tratto della sua caratteristica, in cui, il rapporto fra le variazioni della differenza di potenziale ai poli e le corrispondenti variazioni dell'intensità, è molto grande; e supponiamo che, in un certo istante, si chiuda il circuito derivato ai suoi poli, inizialmente interrotto, e nel quale si trova un condensatore.

A causa della differenza di potenziale ai poli dell'arco, il condensatore comincia a caricarsi, a spese dell'intensità i_0 ⁽³⁾ (i_0 rimane sensibilmente costante per la grande induttanza del ramo d'alimentazione); ed allora diminuisce rapidamente la corrente nell'arco, e cresce la differenza di potenziale ai suoi poli. Il condensatore si va perciò caricando con differenze di potenziali, superiori a quella iniziale dell'arco.

A misura che il condensatore si carica la corrente va riprendendo la sua via attraverso all'arco, la differenza di potenziale ai poli di questo diminuisce, ed il condensatore comincia a scaricarsi. L'intensità della corrente e la differenza di potenziale nell'arco acquistano valori rispettivamente, superiori ed inferiori a quelli del regime iniziale; ma siccome al crescere di i , le variazioni di vanno diventando sempre più piccole, e il $\frac{dv}{di}$ varia sempre più lentamente, il condensatore a un certo punto cesserà di fornire elettricità, la corrente nell'arco tornerà a decrescere, la differenza di potenziale a crescere, ed il condensatore a ricaricarsi. Così il fenomeno potrà riprodursi identicamente come prima.

(1) Simon, Phys. Zeitschr., vol. VII, n. 13, luglio 1906.

(2) Simon, Phys. Zeitschr., vol. VI, pag. 297, 1905.

(3) Al piede delle lettere che indicano le grandezze elettriche nel circuito d'alimentazione, nell'arco, e nel ramo derivato porremo rispettivamente gli indici 0, 1, 2.

Perchè ciò avvenga, è necessario che l'arco rifornisca al circuito derivato ai suoi poli, l'energia ⁽¹⁾, che in questo si dissipa sia nella fase di carica che in quella di scarica. Questa stessa è la nota condizione che deve essere soddisfatta, per avere onde persistenti nell'ordinaria disposizione di Duddel. Concludiamo che, in un sistema che comprenda una capacità ed un arco voltaico, si *possono* produrre delle variazioni periodiche d'intensità e di differenza di potenziale, e perciò delle oscillazioni (armoniche o no), qualunque sia la sua autoinduzione, purchè la sua resistenza sia tale, che l'energia dissipata durante una carica ed una scarica, resti inferiore, o al massimo uguale, all'energia che l'arco può fornire al sistema.

Nel precedente ragionamento, si suppone che i mutamenti nelle condizioni dell'arco, siano tali da non alterarne il comportamento.

Alla stessa conclusione possiamo pervenire anche per un'altra via.

L'energia elettrostatica inizialmente accumulata nel condensatore, si divide, durante la scarica, in tre parti: la prima, in virtù dell'induttanza del circuito, si trasforma in energia elettromagnetica, la seconda viene assorbita dall'arco, e la terza è dissipata dalle resistenze ohmiche del sistema. Ora, se in questo avvengono delle oscillazioni permanenti, è necessario che l'arco possa, da una parte, restituire ogni volta l'energia ⁽²⁾ che ha assorbita, e dall'altra riparare alle perdite avvenute; cioè, esista o no nel circuito derivato un'induttanza, l'arco si comporta sempre come se disimpegnasse questi due uffici: 1° immagazzinare energia mentre il condensatore ne cede; 2° supplire con la propria l'energia dissipata. È evidente che la sua prima funzione è analoga a quella di un'induttanza; ed è perciò *possibile*, che nel sistema prendano origine delle oscillazioni, anche quando questa manchi, o, in generale, quando il sistema non è capace, per sè stesso, d'oscillare.

La legge che regolerà le vibrazioni, sarà intimamente collegata con la legge di variazione dell'intensità $i_1 = i_0 - i_2$ nell'arco in funzione del tempo; e quindi dovrà dipendere anche dalle costanti elettriche del circuito derivato;

(¹) Sebbene quest'energia provenga in ultima analisi dalla sorgente che alimenta l'arco, pure si può con ragione dire che essa viene presa immediatamente da questo. Infatti l'intensità della corrente e la differenza di potenziale nell'arco si possono, in questo caso, supporre dati da:

$$i_1 = i_0 - i_2 \quad e_1 = e - e_2$$

in cui i_0 ed e sono costanti ed i_2 ed e_2 sono in generale somme di seni (serie di Fourier). L'energia spesa nell'arco durante un periodo dell'oscillazione fondamentale è data da

$$\int_0^T e_1 i_1 dt = e i_0 T - \int_0^T e_2 i_2 dt$$

e quest'ultimo integrale, come è noto, è positivo ed uguale all'energia dissipata nel circuito derivato (vedi Simon, Phys. Zeitsch. vol. VII, loc. cit.).

(²) Cfr. nota precedente.

perciò, se questo ha un periodo proprio d'oscillazione, le vibrazioni che si producono tendono ad assumere il periodo assegnato dalle leggi elettrodinamiche; anzi dovremmo trovare che lo assumono effettivamente, se fosse possibile portare in conto il comportamento completo dell'arco.

Se il sistema non possiede periodo proprio, la durata delle possibili oscillazioni dovrà essere uguale al tempo (in pratica sempre finito) richiesto per la carica e per la scarica del condensatore, le quali procedono con legge esponenziale; pertanto il periodo dell'oscillazione sarà tanto più piccolo, quanto più grande è lo smorzamento; e potremo addirittura ammettere, che il periodo sia a questo inversamente proporzionale.

Consideriamo il caso limite, in cui l'induttanza del circuito derivato ai poli dell'arco sia nulla. Con un calcolo approssimato, analogo a quello che si suole condurre nel caso in cui il sistema abbia un periodo proprio (trascurando cioè l'influenza dell'arco), possiamo ottenere il valore di questo smorzamento. La scarica, o la carica, del condensatore si farà con la legge:

$$R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$$

che dà

$$(1) \quad i = A e^{-\frac{t}{RC}}$$

il periodo delle oscillazioni da noi supposte dovrà essere in questo caso proporzionale a RC , cioè le oscillazioni saranno tanto più rapide, quanto più piccole sono la resistenza e la capacità del circuito.

Se in questo stesso circuito, introduciamo un'induttanza L , che soddisfi alla nota condizione

$$R^2 < 4 \frac{L}{C}$$

le oscillazioni, tendono a prodursi col periodo

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{4L^2C}{4L - R^2C}},$$

il quale per $L = \frac{1}{2} R^2 C$, è minimo ed uguale a

$$T = 2\pi \cdot RC.$$

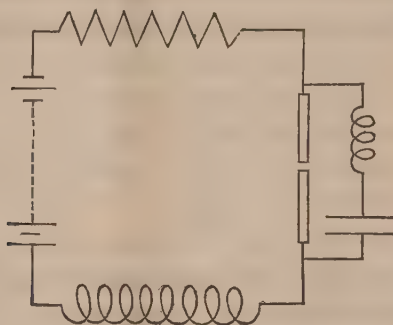
Questo tempo è poco differente dal doppio di quello nel quale si può praticamente ammettere che avvenga la carica o la scarica del condensatore, vale a dire dal periodo di una delle oscillazioni ammesse. Infatti ponendo nella (1), p. es. $t = 5RC$, la i diventa uguale ad $\frac{1}{150}$ circa del suo valore iniziale.

In altri termini, è lecito aspettarsi, che il periodo delle oscillazioni, che si possono produrre quando manca l'induttanza, è compreso fra i periodi propri più piccoli che lo stesso sistema può acquistare per tutti i possibili valori di L .

Inoltre le oscillazioni prodotte avranno in questo caso ampiezza maggiore, non solo per la diminuzione dell'impedenza, ma anche perchè, simultaneamente, diminuisce il periodo ⁽¹⁾, e cresce la quantità di elettricità che circola.

Le precedenti supposizioni furono verificate nel modo seguente:

In un circuito rilegato alla rete urbana (differenza di potenziale di 150 volt) fu introdotto un reostato a lampade, un'induttanza di qualche decimo



di henry, un arco orizzontale fra carboni omogenei di 11 mm. di diametro, ed un amperometro. Ai poli dell'arco fu rilegato mediante 45 cm. di cordoncino di rame (diametro 1,2 mm.) un condensatore con capacità regolabile da 1 a 10 microfarad. L'induttanza fu ridotta al minimo possibile; era quella della piccola area compresa fra i carboni ed i capi del cordoncino ad essi rilegati. Supponendo quest'area di forma rettangolare, e delle dimensioni (massime) 25×2 cm., ed i fili dello stesso diametro dei carboni, il valore dell'induttanza risulterebbe uguale a 140 cm. Ammettendo che, anche lungo il cordoncino e nell'attacco col condensatore, si aveva una piccola induttanza,

(¹) La diminuzione di periodo porterebbe evidentemente un accrescimento nell'ampiezza anche se la quantità di elettricità che circola restasse costante. Ma quest'accrescimento, allontanando i limiti entro cui oscilla l'intensità della corrente nell'arco, allontana i limiti corrispondenti della differenza di potenziali ai poli di questo e perciò del condensatore, ed accresce per conseguenza la quantità di elettricità messa in moto in ciascuna carica o scarica.

si potrebbe, esagerando, raddoppiare il numero precedente. Saremo perciò certamente nel vero, assumendo l'induttanza residua come inferiore a 500 cm.

Accendendo l'arco si producevano con facilità delle oscillazioni di frequenza ed ampiezza assai grandi, anche quando nel ramo derivato, veniva introdotta una resistenza non induttiva di alcuni ohm. Il suono dato dall'arco era, specialmente con capacità grandi, assai puro, stabile ed intenso. La sua altezza variava molto al variare della capacità, o della resistenza del ramo derivato, poco quando si escludeva una parte dell'induttanza del ramo principale ⁽¹⁾.

La produzione delle oscillazioni non poteva attribuirsi all'esistenza di un periodo proprio del ramo derivato, a causa della piccola induttanza residua.

Infatti, le oscillazioni nell'arco si producevano ancora, quando il circuito derivato ai suoi poli possedeva una resistenza rigorosamente non induttiva di sette ohm ⁽²⁾ (misurata a freddo), ed una capacità di 10 o 5 microfarad.

Il valore limite dell'induttanza dato dalla relazione $R^2 = 4L/C$, per $R = 7$ ohm e $C = 10$ microfarad è uguale a

$$12 \cdot 10^4 \text{ cm.}$$

cioè, all'incirca, 240 volte maggiore di quella induttanza che, con esagerazione si è supposta esistere nel circuito.

Questi risultati non ci permettono ancora di concludere, che l'arco possa produrre oscillazioni in un sistema senza periodo proprio.

Infatti, tutta la disposizione rappresentata dalla figura, forma un sistema elettrico con due gradi di libertà, ed è possibile, che il sistema intero abbia un periodo proprio, anche quando le sue parti, separatamente considerate, non l'abbiano. Si potrebbe quindi dubitare che le oscillazioni osservate dipendessero da questa proprietà del sistema.

La teoria generale dei sistemi vibranti ⁽³⁾, che può bene essere applicata a questo caso particolare, nell'ipotesi ordinaria che l'arco si comporti come una semplice resistenza, ci permette di eliminare questo dubbio.

In generale come è noto, la legge delle oscillazioni si ottiene coll'integrazione di due equazioni differenziali, che possono essere o ricavate direttamente per mezzo delle leggi dell'elettrodinamica, o dedotte dalle espressioni dell'energia cinetica, potenziale e dissipata.

⁽¹⁾ L'induttanza esclusa era una frazione sconosciuta dell'induttanza totale, perchè in questa era compresa l'induttanza della rete urbana.

⁽²⁾ Nella consueta disposizione di Duddel, la resistenza del circuito derivato difficilmente può oltrepassare due ohm.

Nel caso mio la resistenza, in filo d'argentana, era certamente molto superiore a sette ohm, perchè, per il passaggio della corrente oscillante si riscaldava tanto da bruciare la sua copertura di seta.

⁽³⁾ Rayleigh, *Teorie of Sound*.

Nel caso del sistema rappresentato dal nostro schema, le equazioni differenziali sono:

$$\begin{aligned} L_0 \frac{di_0}{dt} + R_0 i_0 + R_1 i_1 &= E \\ L_2 \frac{di_2}{dt} - R_1 i_1 + \frac{fi_2 dt}{C} + R_2 i_2 &= 0 \\ i_1 + i_2 &= i_0 \end{aligned}$$

dalle quali, eliminando i_1 e derivando rispetto al tempo, si hanno le

$$\begin{aligned} L_0 \frac{d^2 i_0}{dt^2} + (R_0 + R_1) \frac{di_0}{dt} - R_1 \frac{di_2}{dt} &= 0 \\ L_2 \frac{d^2 i_2}{dt^2} + (R_1 + R_2) \frac{di_2}{dt} - R_1 \frac{di_0}{dt} + \frac{i_2}{C} &= 0. \end{aligned}$$

Eliminando ancora l'una o l'altra delle i , si ottiene:

$$\begin{aligned} (1) \quad & L_0 L_2 \frac{d^4 i}{dt^4} + [L_0(R_1 + R_2) + L_2(R_0 + R_1)] \frac{d^3 i}{dt^3} + \\ & + \left[\frac{L_0}{C} + R_0(R_1 + R_2) + R_1 R_2 \right] \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R_0 + R_1}{C} \frac{di}{dt} = 0. \end{aligned}$$

La caratteristica di questa equazione è:

$$\begin{aligned} x^3 + \left[\frac{R_1 + R_2}{L_2} + \frac{R_0 + R_1}{L_0} \right] x^2 + \\ + \left[\frac{1}{L_2 C} + \frac{R_0(R_1 + R_2) + R_1 R_2}{L_0 L_2} \right] x + \frac{R_0 + R_1}{C L_0 L_1} = 0 \end{aligned}$$

cioè di 3° grado; ma i suoi coefficienti sono delle funzioni piuttosto complicate delle costanti del sistema, e mal si prestano ad una discussione. Però, nel caso nostro, potremo introdurre una semplificazione, ponendo $L_2 = 0$. Allora la (1) diventa:

$$L_0(R_1 + R_2) \frac{d^3 i}{dt^3} + \left[\frac{L_0}{C} + R_0(R_1 + R_2) + R_1 R_2 \right] \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R_0 + R_1}{C} \frac{di}{dt} = 0$$

con la caratteristica di 2° grado:

$$L_0 x^2 + \left[\frac{L_0}{C(R_1 + R_2)} + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_0 \right] x + \frac{1}{C} \frac{R_0 + R_1}{R_1 + R_2} = 0.$$

Queste formole (1) ci dicono che l'intero sistema si comporta, a meno di quantità costanti, come un sistema elettrico con un solo grado di libertà,

(1) Formole analoghe, per il caso più particolare in cui anche $R_2 = 0$ sono state date dal sig. Mizuno. — Drude Ann., vol. IV, pag. 811, 1901.

che abbia la stessa induttanza L_0 del sistema dato, e resistenza e capacità espresse rispettivamente da:

$$R' = R_0 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{L_0}{C(R_1 + R_2)},$$

$$C' = C \frac{R_1 + R_2}{R_0 + R_1}.$$

Questo sistema sarà capace d'oscillare, se è soddisfatta la condizione:

$$R'^2 < 4 \frac{L_0}{C'}.$$

Calcolando i valori di R' e C' per mezzo delle costanti note del circuito, supposta sempre sostituita all'arco una resistenza ohmica equivalente (dal punto di vista della ripartizione dei potenziali), risulta, in unità pratiche:

$$R'^2 = 160.000 \quad 4 \frac{L_0}{C} = 58.000;$$

quindi nelle condizioni delle nostre esperienze, il sistema non poteva avere periodo proprio.

Del resto anche quando la condizione superiore fosse soddisfatta, le oscillazioni corrispondenti al periodo proprio del sistema sarebbero molto più lente, di quelle ottenute nelle precedenti esperienze.

Infatti la frequenza delle oscillazioni proprie del sistema è data da:

$$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L_0 C'} - \frac{1}{4} \frac{R'^2}{L_0^2}};$$

essa risulta più piccola della frequenza delle oscillazioni, che si produrrebbero nel sistema, con un solo grado di libertà, al quale si riduce il nostro sopprimendo il ramo dell'arco; perchè mentre la C' differisce poco da C (essendo le R poco differenti fra loro), la R' è molto più grande della R_0 , a causa principalmente del termine $L_0/C(R_1 + R_2)$ ⁽¹⁾.

Calcolando la frequenza di quest'ultimo sistema, si ottiene all'incirca,

$$\frac{1}{T} = 160;$$

e le possibili oscillazioni dell'intero circuito dovrebbero essere ancora più

(1) Nel caso delle mie esperienze, essendo, in misura assoluta, L_0 dell'ordine di grandezza 10^8 , C , al massimo, dell'ordine 10^{-14} e le R dell'ordine 10^9 , la R' risulta uguale ad R_0 più un termine il cui ordine di grandezza è almeno $10^4 R_0$.

lente. La misura, fatta con l'aiuto di un sonometro, nelle condizioni sperimentali per le quali vale il risultato precedente, diede invece

$$\frac{1}{T} = 7800;$$

ossia un numero 50 volte più grande del limite massimo a cui può tendere la frequenza delle oscillazioni proprie del sistema, supposto che esistano.

Possiamo perciò *legittimamente* affermare che, *l'arco elettrico può intrattenere delle oscillazioni persistenti, in un sistema che non ha un periodo proprio d'oscillazione.*

Le vedute precedenti ci portarono alla conclusione che, per L_2 nulla, il periodo delle oscillazioni dev'essere proporzionale al prodotto $R_2 C$, e quindi a C , per R_2 costante. Riportiamo alcuni numeri ottenuti, quando il circuito derivato possedeva la piccola induttanza residua, di cui sopra è parola, la sola resistenza costante del cordoncino d'attacco, e le capacità sottoindicate:

C	$\frac{1}{T}$
10	7800
5	10200
3	16500
2	22900
1	oltre il limite di percettibilità

Questi numeri confermano, approssimativamente, la nostra deduzione. Nè un migliore accordo poteva aspettarsi, non avendo potuto tener conto, non solo della influenza dovuta e alla piccola autoinduzione residua, e alla variazione della capacità con la frequenza, ma, soprattutto, delle proprietà speciali dell'arco.

Il periodo T veniva anche modificato dalla resistenza del circuito derivato; ma non si potè fare una verifica approssimata analoga alla precedente, perchè non si poteva conoscere con sufficiente esattezza la resistenza complessiva del circuito, per la presenza dell'arco.

Venne (grossolanamente) determinata anche l'ampiezza delle oscillazioni, per mezzo di un amperometro termico introdotto nel circuito derivato, e, conformemente a quanto fu detto in precedenza, si osservò che essa cresceva notevolmente quando si sopprimeva l'induttanza.

Così, mentre con una capacità di 10 microfarad ed un rocchetto d'induttanza 0,533 millihenry e di resistenza 0,22 ohm, si otteneva all'amperometro una indicazione massima di 4,5 amp. efficaci, quando la i_0 era

uguale a 2,8; con la stessa corrente i_0 , la stessa capacità, l'induttanza residua degli attacchi, ed una resistenza addizionale non induttiva di 3 ohm. si otteneva una indicazione di 6 amp. Colla sola resistenza degli attacchi, se ne aveva una di 11 amp.

Come la frequenza, anche l'ampiezza dipendeva dalla capacità e dalla resistenza del circuito derivato, ed entrambe variavano molto al variare della lunghezza dell'arco e dell'intensità della corrente d'alimentazione ⁽¹⁾. Spero potermi occupare in seguito di tutti questi particolari del fenomeno.

Prima di concludere riferiamo ancora un'esperienza, la quale dimostra in modo, direi quasi sensibile, che l'induttanza, non solo non è necessaria per la produzione delle oscillazioni, ma che la sua presenza, come nel caso generale di vibrazioni forzate, tende ad ostacolare le oscillazioni stesse.

Alla scarica del condensatore, derivato ai poli dell'arco, erano offerte due vie: l'una attraverso al rocchetto di resistenza 0,22 ohm, e d'induttanza 0,533 millihenry; l'altra attraverso ad una resistenza non induttiva, poco superiore a quattro ohm. Quest'ultima era inizialmente interrotta, e le oscillazioni si stabilivano perciò attraverso al solo rocchetto. Alla chiusura della seconda via, si aveva un grande accrescimento nella frequenza e nell'ampiezza, e la scarica passava quasi totalmente per questa derivazione; si poteva infatti interrompere la prima via senza avere una modificazione sensibile.

Le considerazioni esposte si possono riassumere nelle conclusioni seguenti:

Il fenomeno dell'arco cantante è in origine un fenomeno di carica e scarica del condensatore derivato ai poli dell'arco; esso è dovuto alle proprietà caratteristiche di questo.

La produzione delle oscillazioni è indipendente dalla facoltà d'oscillare che il circuito derivato ai poli dell'arco può possedere; però le oscillazioni devono adattarsi alle leggi che l'elettrodinamica impone per il circuito in cui esse hanno sede.

La frequenza e l'ampiezza delle oscillazioni si accrescono notevolmente colla soppressione dell'induttanza del circuito derivato. Tale soppressione potrà essere vantaggiosa nelle applicazioni recentemente tentate dell'arco cantante.

Mi sia permesso esprimere pubblicamente la mia gratitudine al ch.mo prof. Macaluso per i consigli ed i mezzi largamente prodigatimi.

⁽¹⁾ In tutte l'esperienze riferite in questa Nota fu sempre i_0 eguale a tre amp. circa.

Fisica. — *Ricerche ulteriori sopra la conducibilità termica a basse temperature.* Nota del dott. PIETRO MACCHIA presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

Fisico-chimica — *Ricerche sopra solventi inorganici a basse temperature. Disposizione sperimentale.* Nota di G. MAGRI, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

Le Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Scarica di un condensatore attraverso un solenoide abbracciante un mezzo conduttore.* Nota di F. PIOLA, presentata dal Corrispondente A. SELLA.

In una Nota precedente ⁽¹⁾ ho esaminato come si distribuisce, sia il campo magnetico che il flusso di induzione, in un fascio di fili cilindrici conduttori posti nell'interno di un solenoide, parallelamente all'asse di questo. Nel caso particolare esaminato in quella Nota, la differenza di potenziale attiva agli estremi del solenoide era alternata sinusoidale, ora invece si suppone che essa sia dovuta alla scarica di un condensatore.

L'equazione che, in generale, deve essere verificata alla superf. di ciascuno dei cilindri costituenti il fascio è ⁽²⁾:

$$(1) \quad 4\pi n_1 \varepsilon = \left[RX + L_1 \frac{\partial X}{\partial t} + L_2 \frac{2}{mr} \frac{\partial X}{\partial \varrho} \right]_{\varrho=r}$$

dove:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= f(t) &&= \text{forza elettromotrice} \\ X &= f(t, \varrho) &&= \text{campo magnetico.} \end{aligned}$$

L_1 = coeff. di autoinduzione del solenoide corrispondentem. alla porzione di sezione non occupata da materia conduttrice.

L_2 = valore che assumerebbe il coeff. di autoinduzione corrispondentem. alla porzione di sezione occupata dalla materia conduttrice se anche in questa

⁽¹⁾ Rend. Lincei, XVI, 1° sem. 1907, p. 35.

⁽²⁾ L. c.

il campo si distribuisse uniformemente come nella non conduttrice, ossia se non si avessero le correnti di Foucault.

R = resistenza *effettiva* del circuito elettrico

r = raggio di ciascuno dei fili del fascio

n_1 = numero spire per ogni cm.

$$m = \frac{4\pi\mu}{\delta}$$

con μ e δ rispettivamente *permeabilità* e *resistenza specifica* dei fili.

Detta Q la carica al tempo t del condensatore di capacità C che si scarica e γ la intensità della corrente al tempo stesso, avremo:

$$(2) \quad \varepsilon = \frac{Q}{C}$$

$$(3) \quad \gamma = - \frac{dQ}{dt} = \frac{X_{\varrho=r}}{4\pi n_1} = - C \frac{d\varepsilon}{dt}.$$

Introducendo le (2) e (3) nella (1) e derivando rispetto a t avremo:

$$(4) \quad \frac{1}{C} X + R \frac{\partial X}{\partial t} + L_1 \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} + \frac{2 L_2}{mr} \frac{\partial^2 X}{\partial t \partial \varrho} = 0$$

per $\varrho = r$.

Poniamo nell'intervallo compreso fra $\varrho = 0$ e $\varrho = r$, come fece il Fourier ⁽¹⁾ nella propagazione del calore:

$$(5) \quad X = \sum_{h=1}^{h=\infty} A_h J_0 \left(\frac{\sigma_h \varrho}{r} \right) e^{-\frac{\sigma_h^2 t}{mr^2}}$$

dove le J_0 sono le funzioni di Bessel, di 1^a specie e d'ordine zero, dell'argomento $\frac{\sigma_h \varrho}{r}$, le σ_h hanno i valori che si ricavano dalla (4) e le A_h sono

costanti opportunamente scelte colle condizioni ai limiti che, in particolare, potranno essere, al tempo $t = 0$: 1° che il campo magnetico X abbia valore nullo in tutta la sezione di ciascun filo del nucleo; 2° che il flusso di induzione traverso la sezione di ogni filo sia nullo; 3° che la carica iniziale Q_0 del condensatore sia data; inoltre, per qualunque valore del tempo; 4° che il campo non diventi infinito.

Introducendo la (5) nella (4) avremo per qualunque valore del tempo:

$$\sum A_h \left\{ \left(\frac{1}{C} - \frac{R \sigma_h^2}{mr^2} + \frac{L_1 \sigma_h^4}{m^2 r^4} \right) J_0 - \frac{2 L_2 \sigma_h^3}{m^2 r^4} J'_0 \right\}_{\varrho=r} e^{-\frac{\sigma_h^2 t}{mr^2}} = 0$$

⁽¹⁾ Oeuvres, Paris 1888, vol. 1°, cap. 6°.

per cui le σ_h dovranno soddisfare alla equazione:

$$(6) \quad \left(L_1 J_0 - \frac{2 L_2 J'_0}{\sigma_h} \right) x^2 - R J_0 x + \frac{1}{C} J_0 = 0$$

avendo posto

$$x = \frac{\sigma_h^2}{m r^2}.$$

Consideriamo due casi limiti.

Supponiamo da prima che L_2 sia tanto grande da poter trascurare in confronto del termine che lo contiene gli altri termini dell'equazione (6). Le soluzioni saranno allora approssimativamente quelle della equazione:

$$(7) \quad J'_0(\sigma) = 0$$

che sappiamo essere infinite e tutte reali, ossia ⁽¹⁾:

$$\sigma = 3, 8 \quad 7, 0 \quad 10, 2 \quad 13, 3 \quad \dots$$

Se invece L_2 è molto piccolo, caso che si avvererà quando in un solenoide di grande raggio vi siano pochi fili sottili, la (6) si sdoppia nelle altre due:

$$(8) \quad J_0(\sigma) = 0$$

$$(9) \quad C L_1 x^2 - C R x + 1 = 0$$

la prima delle quali ammette infinite soluzioni tutte reali e cioè ⁽²⁾:

$$\sigma = 2, 4 \quad 5, 5 \quad 8, 7 \quad 11, 8 \dots$$

mentre la 2^a non è che l'equazione che lord Kelvin ottenne supponendo che nella scarica del condensatore il flusso di induzione magnetica si distribuisse uniformemente nel mezzo abbracciato dal circuito di scarica. Essa indica come è noto che, quando si ha:

$$(10) \quad R < 2 \sqrt{\frac{L_1}{C}},$$

il fenomeno è *oscillatorio smorzato*.

È da notare che l'aver supposto L_2 trascurabile, non implica aver supposto mancar assolutamente il mezzo conduttore nel solenoide, poichè in tal caso le correnti di Foucault non esisterebbero ed il campo magnetico nell'interno sarebbe uniforme o, in altre parole, mancherebbero nella (5) i fattori J_0 e quindi l'equazione (8) non avrebbe più significato: le sole soluzioni accettabili sarebbero quelle della (9).

⁽¹⁾ Lommel, *Bessel'schen Functionen*. Leipzig 1868, Tafel I.

⁽²⁾ Lommel, loc. cit.

In generale la (6) ammette un numero infinito di radici reali poichè il suo 1° membro, al crescer di σ da 0 ad ∞ , cambia di segno un numero infinito di volte. Infatti poichè fra 2 valori successivi σ_1 e σ_2 di σ , fra gli infiniti reali che rendono $J_0(\sigma) = 0$, ne esiste uno, od un numero dispari, che rendono $J'_0(\sigma) = 0$ (teorema di Rolle), fra i 2 valori σ_1 e σ_2 il 1° membro della (6), cambierà di segno. Le regioni nelle quali cadono le successive radici reali sono facilmente determinabili poichè il 1° membro della (6) ha i segni seguenti:

$$\begin{array}{ccccc} \text{pei } \sigma = & 2,4 & 5,5 & 8,6 \dots \\ & + & - & + \end{array}$$

Ma, quando la resistenza del circuito non sia troppo grande, altre radici interessano più di quelle sopra indicate ed è di queste che, nel seguito, più specialmente vorremo occuparci.

Per valori molto grandi di σ ⁽¹⁾ si ha:

$$J'_0(\sigma) = -i J_0(\sigma).$$

Introducendo questa condizione nella (6) e ponendo

$$\sigma = i\sqrt{m} r y,$$

dividendo per $J_0(\sigma)$, si scorge che altre soluzioni potranno esistere oltre quelle considerate e saranno approssimativamente quelle della equazione algebrica di 4° grado:

$$(11) \quad L_1 y^4 + \frac{2}{\sqrt{m} r} L_2 y^3 + R y^2 + \frac{1}{C} = 0$$

e tanto più vicine al vero quanto più elevato sarà il valore delle radici stesse.

Supponendo di essere nelle condizioni nelle quali si può trascurare L_1 e ponendo:

$$(12) \quad \begin{cases} a_0 = \frac{2}{\sqrt{m} r} L_2 C \\ a_1 = RC \end{cases}$$

$$z = y + \frac{a_1}{3a_0},$$

la (11) diviene:

$$(13) \quad z^3 + pz + q = 0$$

⁽¹⁾ Heine, *Kugelfunctionen*, Berlin 1878, vol. 1°, pag. 248; J. J. Thomson, *Rec. Res.*, Oxford 1893, pag. 348.

con:

$$p = -\frac{a_1^2}{3a_0^2}, \quad q = \frac{2a_1^3 + 27a_0^2}{27a_0^3}.$$

Ora:

$$A = \frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4}$$

è sempre *positivo*, quindi la (13) ammette sempre una radice reale z_0 e 2 complesse coniugate z' e z'' . Avremo:

$$z_0 = 2u, \quad z' = u + iv, \quad z'' = u - iv$$

ossia:

$$-\frac{\sigma_0^2}{mr^2} = \left(2u - \frac{a_1}{3a_0}\right)^2$$

$$-\frac{\sigma'^2}{mr^2} = h + ik$$

$$-\frac{\sigma''^2}{mr^2} = h - ik$$

da cui:

$$\sigma_0 = i\sqrt{m}r \left(2u - \frac{a_1}{3a_0}\right)$$

$$\sigma' = \sqrt{m}r \left\{ -v + i \left(u - \frac{a_1}{3a_0}\right) \right\} = \alpha + i\beta$$

$$\sigma'' = \sqrt{m}r \left\{ v + i \left(u - \frac{a_1}{3a_0}\right) \right\} = \alpha - i\beta$$

avendo posto:

$$h = \left(u - \frac{a_1}{3a_0}\right)^2 - v^2, \quad k = 2 \left(u - \frac{a_1}{3a_0}\right)v$$

con:

$$u = \frac{M+N}{2}, \quad v = \sqrt{3} \frac{M-N}{2}$$

ed

$$M = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{A}}, \quad N = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{A}}.$$

Per le radici complesse coniugate è facile dimostrare che si ha sempre:

$$\text{mod}(\alpha \pm i\beta) > \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2}mr^2}{1 + \sqrt[3]{2}}} \sqrt[3]{\frac{2}{2} \left(\frac{\sqrt{m}rR}{6L_2} \right)^3 + \frac{\sqrt{m}r}{2L_2C}}$$

per cui, qualunque siano i valori della resistenza e dell'autoinduzione del

circuito, si potrà sempre scegliere la capacità C del condensatore tanto piccola da rendere $\text{mod}(\alpha \pm i\beta)$ grande ad arbitrio.

Determinazione dei coefficienti. — La condizione che il campo non diventi infinito, per qualunque valore del tempo, ci permette intanto di porre uguale a zero nella (5) il coefficiente relativo alla soluzione σ_0 , poichè — $\frac{\sigma_0^2}{mr^2}$ risulta sempre positivo.

In quanto alle 2 radici complesse si trova che la parte reale h , della espressione che compare a moltiplicare il tempo nell'esponenziale, è negativa, fino a quando si ha:

$$(14) \quad R < 3 \sqrt[3]{\frac{2L_2^2}{25mr^2C}}$$

e solo quando questa disuguaglianza sarà verificata, i coefficienti dei 2 termini complessi dovranno essere presi differenti da zero.

La verifica della (14) starà ad indicare che lo sviluppo (5) del campo conterà 2 termini periodici smorzati rispetto al tempo, ossia che la scarica del condensatore sarà periodica smorzata. È notevole la differente forma che assume il criterio, per giudicare sulla esistenza o meno delle oscillazioni in questo caso della produzione di correnti indotte nella massa ed in quello nel quale tali correnti non si abbiano (10). La verifica sperimentale di questo risultato sarà oggetto di un prossimo studio.

I coefficienti A' e A'' dei termini complessi saranno quantità complesse coniugate, poichè sono tali le funzioni di Bessel di variabili complesse coniugate che li moltiplicano e poichè la somma dei termini stessi deve essere reale.

Porremo :

$$A' = A + iB \quad , \quad A'' = A - iB$$

$$J_0\left(\frac{\sigma' \varrho}{r}\right) = U(\varrho) + iV(\varrho) \quad , \quad J_0\left(\frac{\sigma'' \varrho}{r}\right) = U(\varrho) - iV(\varrho)$$

$$J_0(\sigma') = U_0 + iV_0 \quad , \quad J_0(\sigma'') = U_0 - iV_0$$

ed indicheremo, al solito, con un apice le derivate prime.

Le 3 condizioni che devono essere verificate per $t=0$ daranno le 3 equazioni:

$$\text{I} \quad \sum A_s J_0\left(\frac{\sigma_s \varrho}{r}\right) + 2AU(\varrho) - 2BV(\varrho) = 0 \quad \text{per qualunque valore di } \varrho,$$

$$\text{II} \quad \sum \frac{A_s}{\sigma_s} J_0(\sigma_s) + 2 \frac{\alpha(AU'_0 - BV'_0) + \beta(AV'_0 + BU'_0)}{\alpha^2 + \beta^2} = 0$$

$$\text{III} \quad mr^2 \sum \frac{A_s}{\sigma_s^3} J_0(\sigma_s) - 2 \frac{h(AU_0 - BV_0) + k(AV_0 + BU_0)}{h^2 + k^2} = 4\pi n_1 Q_0,$$

avendo indicato con le σ_s le soluzioni reali della (6) e con Q_0 la carica iniziale del condensatore.

Dalle II e III ricaveremo i valori di A e B, che introdotti nella I ci daranno una equazione contenente le sole A_s che dovrà essere verificata per qualunque valore di q . La determinazione delle A_s potrà essere fatta con artifici dei quali si hanno frequenti esempi nella analisi, ma su di esse per ora non intendiamo fissare la nostra attenzione.

Campo oscillatorio. — Quando è verificata la condizione (14) per la quale h riesce negativa, le soluzioni complesse della (6) ci indicano che il campo magnetico, per ogni punto del nucleo, è *oscillatorio smorzato* con periodo

$$(15) \quad T = \frac{2\pi}{k}.$$

In quanto allo smorzamento non potremo dire sia dato da h poichè per esso dovranno contribuire anche tutti gli altri termini aperiodici della serie (5).

Il periodo $T = \frac{2\pi}{k} = \frac{\pi}{\left(u - \frac{a_1}{3a_0}\right)v}$ dipende dai varî elementi del cir-

cuito di scarica e del *mezzo* che questo abbraccia e nel quale si producono le correnti di Foucault. Il periodo dipende dal *mezzo* in quanto k contiene esplicitamente ed implicitamente a_0 . Questo coefficiente (12) è proporzionale ad L_2 , che è alla sua volta proporzionale a μ , ed è inversamente proporzionale a $\sqrt{m} = \sqrt{\frac{4\pi\mu}{\delta}}$ per cui, indicato con a un coefficiente indipendente dalla natura del *mezzo*, potrà porsi:

$$a_0 = a\sqrt{\mu\delta}.$$

Potrebbe analizzarsi in generale come al variare di $\sqrt{\mu\delta}$ venga a variare il periodo della scarica, ma ci accontenteremo di veder ciò nel caso nel quale sia trascurabile la resistenza elettrica del circuito. In tal caso si trova facilmente

$$k = -\frac{\sqrt{3}}{2} a_0^{-\frac{2}{3}}$$

per cui:

$$(16) \quad T_{R=0} = \frac{4\pi}{\sqrt{3}} a_0^{\frac{2}{3}} = \frac{4\pi\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{3}} \sqrt[3]{\mu\delta}.$$

Con 2 mezzi differenti si avrà:

$$\frac{T}{T'} = \frac{\sqrt[3]{\mu\delta}}{\sqrt[3]{\mu'\delta'}}$$

e supponendo trattarsi di ferro e rame, prendendo pel primo $\mu = 10^3$ e $\delta = 10^4$ e pel secondo $\mu = 1$ e $\delta = 1600$, si avrà

$$(17) \quad \frac{T_{Cu}}{T_{Fe}} = 0,0542.$$

Ossia, a parità di condizioni del circuito di scarica, e supponendo in questo piccolissima la resistenza *effettiva*, il tempo periodico aumenta quando si sostituisce nel solenoide ad un nucleo di rame uno di ferro.

Nell'esempio ora dato s'è supposta costante la permeabilità del ferro ed uguale a 10^3 . Di fatto essa è variabile in funzione del campo e poichè il campo ha valori differenti sia col procedere del tempo che col mutar distanza dall'asse del nucleo, sarà $\mu = f(t, \varrho)$. Se ci mettiamo in condizioni tali che il campo massimo esterno non superi il valore pel quale la permeabilità assume il valore massimo (p. e. pel ferro dolce da 2 a 3 unità cgs) la permeabilità media $\mu_0 = \frac{1}{ST} \int_0^T dt \int_s \mu dS$ lungo tutta la sezione del nucleo, nei successivi periodi, si comprende che dovrà andare diminuendo ossia, in tali condizioni il tempo periodico dovrà andare diminuendo col procedere del tempo. Ma se il campo esterno, prodotto dalla 1^a mezza oscillazione, è molto elevato in modo da dare valori bassi per la permeabilità, potrebbe benissimo darsi che la permeabilità media, corrispondente ai primi periodi, andasse aumentando e quindi andasse pure aumentando il tempo periodico. In queste condizioni si devono esser trovati i sigg. Battelli e Magri ⁽¹⁾ quando hanno visto sperimentalmente che il periodo delle oscillazioni elettriche smorzate, traverso un solenoide con anima di ferro, andava successivamente crescendo.

Nel caso che mancasse nel solenoide il nucleo conduttore, abbiamo visto che la equazione (6) si riduce alla (9) che, quando sia trascurabile la resistenza *effettiva*, dà per tempo periodico

$$T_0 = 2\pi \sqrt{L_1 C}.$$

Per nucleo conduttore massiccio occupante tutto il solenoide si ha:

$$L_2 = L_1 \mu.$$

Indicato con T_1 il corrispondente tempo periodico e supposta, nonostante la introduzione del nucleo, ancora trascurabile la resistenza *effettiva*, avremo:

$$T_1 = \frac{4\pi}{\sqrt{3}} \sqrt[3]{\frac{4\mu^2 L_1^2 C^2}{m r^2}}$$

per cui

$$T_0 \geq T_1$$

(¹) Rendiconti Lincei, XV, 2° sem. 1906, pag. 397.

secondo che

$$(18) \quad \mu d \cong \frac{3\sqrt{3}\pi r^2}{8\sqrt{L_1 C}}.$$

Si può adunque, coll'introduzione del nucleo, aumentare o diminuire il periodo della scarica ma, a parità di condizioni del circuito, e con resistenza trascurabile, si vede che può darsi che col nucleo di rame si abbia diminuzione e con quello di ferro aumento, ma non viceversa, come già risultava anche dalla (17).

Chimica. — *Azione del cloroformio sull' α -metilindolo e su alcuni pirroli* ⁽¹⁾. Nota di G. PLANCHER e U. PONTI, presentata dal Socio R. NASINI.

Proseguendo le nostre ricerche ⁽²⁾ sull'azione del cloroformio sui corpi di natura pirrolica, eravamo venuti ad esaminare questa reazione sui metilpirroli, sul metilfenilpirrolo e sull' α -metilindolo. Ed in questo ultimo caso avevamo notato che la reazione non andava completamente nel senso indicato da Magnanini ⁽³⁾; ma si formava un'altro prodotto non basico probabilmente di natura aldeidica.

Nello stesso tempo A. Ellinger ⁽⁴⁾ proseguendo le sue interessanti e fruttuose ricerche sul triptofano, trovò che da questo, per ossidazione, si ha la β -indolaldeide; non solamente: ma riuscì ad avere questo stesso corpo direttamente dall'indolo per azione del cloroformio secondo la reazione di Reimer e Tiemann.

Il sullodato autore ha avuto la gentilezza di lasciarci proseguire questo lavoro, che a noi interessava anche per stabilire la relazione che corre fra queste aldeidi ed i prodotti intermedi di trasformazione dei corpi pirrolici in piridici a mezzo del cloroformio.

Questo studio non è molto avanzato ma crediamo utile riferire quanto abbiamo finora accertato a fine di mostrare che ci occupiamo dell'argomento.

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nel laboratorio di Chimica Farmaceutica della R. Università di Palermo.

⁽²⁾ Plancher, Gazz. chim. ital. 30, II, 558; Plancher e Testoni, questi Rendiconti 10, I, 304; Plancher e Carrasco, ibid 13, I, 573; 13, I, 632; 14, I, 162; 14, I, 704; A. Lieben's Festschrift, 23/6 1907.

⁽³⁾ Magnanini, Gazz. chim. ital. 17, 246.

⁽⁴⁾ Ber. d. deutsch. chem. Ges. 39, 2515.

Azione del cloroformio ed etilato sodico sul
metilchetolo. (α -metil- β -metilal-indolo).

Abbiamo dapprima operato attenendoci strettamente alle norme date da Magnanini (loc. cit.). Gr. 3 di sodio furono sciolti in gr. 150 di alcool assoluto, poi vennero ad essi aggiunti gr. 13 di metilchetolo. A temperatura ordinaria furono fatti gocciolare nella soluzione gr. 15 di cloroformio, agitando continuamente. La reazione non solo non è violenta, ma ha bisogno di un riscaldamento oltre i 40° per iniziarsi e procede a questa temperatura stentatamente. Per compierla fu bollito il miscuglio per mezz'ora e fu lasciato a sè una notte.

Dal liquido filtrato dal cloruro sodico formatosi, fu distillata la maggior parte dell'alcool ed il cloroformio che non aveva reagito. Indi si procedette alla distillazione in corrente di vapore. Passarono prima porzioni di un corpo basico alogenato di odore caratteristico alquanto chinaldinico, che come diremo più avanti è la clorometilchinolina di Magnanini, assieme a metilchetolo inalterato.

Scacciato completamente quest'ultimo, nel pallone rimase una soluzione acquosa gialla chiara, con entro sospesi dei grumi di sostanza biancastra e tracce di prodotti di resinificazione.

A caldo fu portato tutto in soluzione con alcool diluito e bollito a ricadere con carbone animale. Dal filtrato per raffreddamento si deposero fiocchi di lunghi aghetti finissimi; circa tre grammi. Li cristallizzammo ripetutamente dall'etere acetico ed ottenemmo così un prodotto che fonde costante a 198°, e che diede all'analisi i seguenti numeri:

gr. 0,1292 di sostanza diedero gr. 0,3584 di CO₂ e gr. 0,0672 di H₂O ⁽¹⁾
gr. 0,2068 " " " cm³ 15,8 di N, misurato sull'acqua a 16°
e 748 mm.

Calcolato % per C ₁₀ H ₉ ON		Trovato %
C	75,43	75,59
H	5,70	5,81
N	8,82	8,71

La formola quindi corrisponde a quella della aldeide del metilchetolo.

La sostanza è solubile nell'acqua a caldo, in alcool, etere, etere acetico, non molto in benzolo. Dall'etere acetico, che abbiamo accertato essere il migliore solvente per ricristallizzarla, si depone in aghetti aggruppati a rosette, incolori se purissimi, ma che con estrema facilità acquistano una tinta rosea e che occupano tutto il volume della soluzione. Degno di nota è il

(1) La combustione fu eseguita col metodo Carrasco-Plancher.

fatto che a poco a poco, cominciando dai loro centri di irradiazione si vanno corrodendo ed al loro posto, restano dei cristallini, prossimi alla forma cubica, di notevoli dimensioni, perfettamente incolori. La trasformazione è lenta, e, per lo più richiede qualche giorno. Le due forme fondono alla stessa temperatura, e per miscela non modificano reciprocamente il loro punto di fusione; inoltre sono identiche dal lato chimico perchè tanto dall'una quanto dall'altra si ottengono gli stessi derivati. La forma che si ottiene a caldo, lentamente si trasforma a freddo in quella a cubetti, e questa alla sua volta, disciolta a caldo, lascia cristallizzare la prima forma. Sembra che si tratti di dimorfismo e che la forma in cubetti si trasformi per riscaldamento in quella a piumette, sicchè il punto di fusione che si osserva, verosimilmente, sarà quello di quest'ultima. Non mancammo di dubitare che vi potesse essere un caso di tautomeria, fra la forma aldeidica e l'ossimetilenica. A decidere queste questioni è in corso lo studio di questo corpo dal lato cristallografico e chimico fisico.

La sostanza è insolubile a freddo negli acidi diluiti, bollita con acido solforico diluito dà una colorazione, prima gialla e poi rossa caratteristica e dalle soluzioni si separano dei cristallini aghiformi, di un bel colore rosso aranciato, come ha trovato Ellinger (1) per la indolaldeide. È solubile in potassa concentrata e dà col fuscello d'abete ed acido cloridrico una lieve colorazione rossa.

In soluzione alcoolica con acido picrico, dà un picrato giallo aranciato, assai solubile in alcool bollente, pochissimo a freddo, e che fonde annerendosi e scomponendosi a 181°. Non riduce nemmeno dopo ebollizione prolungata il liquido di Fehling. Dà in soluzione alcoolica, con soluzione pure alcoolica di p-nitrofenilidrazina, per aggiunta di alcune gocce di acido acetico glaciale, prima una colorazione rossa intensa, poi si separano dei cristallini rossi a magnifici riflessi verdi metallici, di un nitrofenilidrazone, che fonde quasi nettamente a 273°, quando lo si riscalda rapidamente introducendolo in un bagno che si trova già a 250°.

Con cloridrato di semicarbazide, in soluzione acquosa alcoolica, colla quantità equimolecolare di acetato potassico, dopo permanenza in stufa per due giorni a 40°, dà un semicarbazone che cristallizza dall'alcool diluito in pagliette bianche che fondono a 224° scomponendosi. All'analisi diede i seguenti numeri:

gr. 0,1620 di sostanza diedero cm³ 35,6 di N, misurato sull'acqua a 13° e 757 mm.

Calcolato % per C₁₁H₁₂ON₄

N 25,97

Trovato %

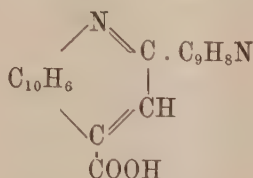
25,75

Risultati che corrispondono a quelli del relativo semicarbazone.

(1) Loc. cit.

Dà pure un semioissammazone che non fu studiato.

La sostanza trattata secondo il metodo Doebner ⁽¹⁾ per caratterizzare le aldeidi, con acido piruvico e β -naftilammina dà il corrispondente acido β -naftocinconinico col radicale metilindolico in α :

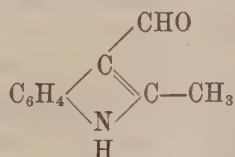


Questo acido fonde a 270° circa, e da esso per riscaldamento al punto di fusione ottenemmo la naftochinolina sostituita che gli corrisponde, la quale in soluzione solforica diluita dà, come le altre chinoline il caratteristico bicromato.

Questa reazione è caratteristica per le aldeidi.

Però questo corpo non dà la reazione delle aldeidi di Angeli, nè adoperando l'acido nitroidrossilamminico, nè coll'acido benzosolfoidrossammico di V. Piloty ⁽²⁾.

Non resta tuttavia alcun dubbio che la sostanza da noi preparata sia la aldeide del metilchetolo della struttura



Noi ne operammo l'ossidazione colla quantità calcolata di permanganato, in soluzione diluita, leggermente alcalina, a 60° circa. Separato il biossido di manganese, la soluzione fu ripetutamente estratta con etere, acidificata con acido solforico diluito e nuovamente estratta con etere.

Scacciato questo dal residuo giallastro, che è certamente un miscuglio di difficile purificazione, dopo ripetute cristallizzazioni dal benzolo secco bollente, si ottennero degli aghetti bianchi splendenti, che fusero a 185°. Essi sono solubili nell'acqua calda, e trattati con acqua di bromo danno un bromoderivato, assai meno solubile, che cristallizza dall'alcool diluito in sottilissimi aghi, fondenti a 214-215°. Queste caratteristiche corrispondono all'acido acetilantranilico ed al suo bromoderivato ⁽³⁾. Una certa quantità del prodotto

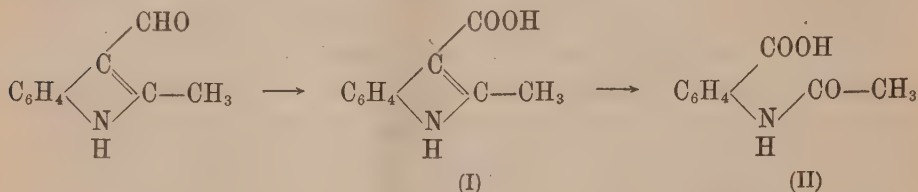
⁽¹⁾ Ber. d. deutsch. chem. Gesell. 27, 1, 352.

⁽²⁾ Angeli e Angelico, Gazz. chim. ital. 30, I 41; Rimini, questi Rendiconti 10, I, 355; V. Piloty, Ber. d. deutsch. chem. Ges. 29, 1560.

⁽³⁾ Jackson, Ber. d. deutsch. chem. Ges. 14, 1, 879 e seg.

mescolato con acido acetilantranilico puro che possedevamo, fuse ugualmente a 185°. Il che dimostra la completa identità delle due sostanze.

Non siamo riusciti a limitare l'ossidazione alla formazione dell'acido metilindolcarbonico di Ciamician e Magnanini (1)



Anche operando a freddo non si può arrestare l'ossidazione a questo punto. Si ottengono tracce dell'acido metilindolcarbonico (I) sensibili alla reazione col fuscello per riscaldamento del prodotto con calce. Non è però priva di interesse la formazione dell'acido acetilantranilico (II), in quanto che ci dimostra che il gruppo aldeidico è entrato, come era fuori d'ogni dubbio, nel nucleo tetrolico. Non è tuttavia da escludersi che con mezzi d'ossidazione più blandi si possa ottenere l'acido di Ciamician e Magnanini, ciò non sarà tanto facile perchè esso perde con grande facilità ed anche a temperatura relativamente bassa anidride carbonica (2), dando luogo a metilchetolo, di cui l'acido acetilantranilico è il prodotto caratteristico di ossidazione.

Seguendo il metodo di preparazione suddescritto per questa aldeide, molta parte del metilchetolo si converte in clorochinaldina. Per aumentare il rendimento in aldeide operammo con potassa in soluzione acquosa (3). Però i risultati non furono migliori. Il metodo che si mostrò più acconcio fu quello seguito da Ellinger (4) per la β -indolaldeide, operando cioè col metilchetolo sciolto in alcool al 95 %, mescolato con eccesso di cloroformio e facendo gocciolare, a poco a poco, nel liquido bollente, la soluzione acquosa alcoolica di potassa. Il rendimento in tal caso è assai buono. Da 22 grammi di metilchetolo ottenemmo circa 16 grammi di aldeide grezza. Si forma, anche in questo caso, una certa quantità di β -clorochinaldina, che abbiamo separata estraendo ripetutamente con acido cloridrico diluito l'estratto etero del distillato in corrente di vapore. L'identificammo per mezzo del suo picrato, quasi insolubile in alcool freddo e fusibile a 223° (5).

Dalla metilindolaldeide abbiamo cercato di avere a mezzo del pentacloruro di fosforo il dicloruro corrispondente. Invero l'aldeide reagisce col pentacloruro di fosforo per lieve riscaldamento e dà una piccola quantità di

(1) Ciamician e Magnanini, Gazz. chim. ital. 18, 58 e 380,

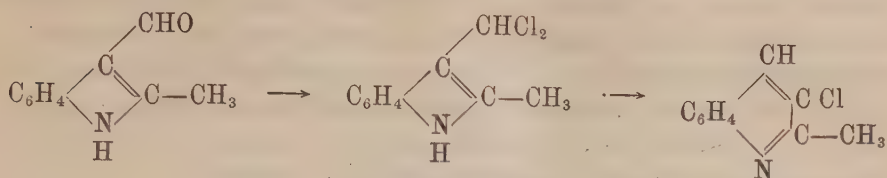
(2) Loco citato.

(3) Bamberger e Djierdjian, Ber. d. deutsch. chem. Ges. 33, I, 536.

(4) A. Ellinger, loc. cit.

(5) Magnanini loc. cit.

prodotto basico, ma la reazione si fa molto energica e dà luogo prevalentemente a resina. Il passaggio che noi volevamo realizzare è il seguente:



Speriamo che moderando la reazione con un solvente si possa verificare,

Appendice. — Dallo scatolo anche noi operando, sia come Magnanini, che come Ellinger, abbiamo sempre ottenuta la β -cloro- γ -metilchinolina, come già quest'ultimo ha pubblicato (1). Veramente però la soluzione rimasta nel pallone dà una leggerissima reazione colla p-nitrofenilidrazina.

Viceversa abbiamo ottenuto le rispettive aldeidi dall' α - α -dimetilpirrolo e dal metilfenilpirrolo. Su questo riferiremo in altra Nota fra breve; intanto continuiamo ad occuparci dello studio delle suddescritte reazioni, e delle trasformazioni dei loro prodotti.

In queste ricerche ci siamo giovati della solerte collaborazione del signor Corrado Labisi.

Fisiologia vegetale. — *Esperienze di selezione e di ibridazione sul frumento e sul granturco.* Nota preventiva del dott. N. STRAMPELLI, presentata dal Socio G. CUBONI.

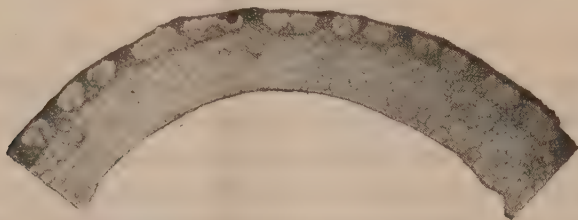
Per conseguire progressi reali e permanenti nella cerealicoltura, oltre l'adozione di razionali avvicendamenti, di perfezionati lavori culturali e di opportune concimazioni, occorre poter disporre di varietà di cereali, che permettano l'utilizzazione completa dell'aumentata fertilità del suolo.

La ricerca o creazione, quindi, di frumenti, adatti ai nostri climi ed alle moderne esigenze culturali, è il compito principale che, in qualità di direttore della Cattedra sperimentale di granicoltura in Rieti, mi sono imposto.

Le migliori varietà esotiche, anche quelle, che permettono nei paesi, più del nostro progrediti in granicoltura, il conseguimento delle famose ed inviate produzioni, importate da noi hanno date e danno cattive prove specialmente per i danni che loro infligge la *ruggine*. Il frumento di *Rieti*, coltivato da tempo immemorabile in quella vallata, eccezionalmente favorevole allo sviluppo della ruggine, è andato acquistando, traverso i secoli,

(1) Ellinger, Ber. d. deutsch. chem. Ges. 39, 4388.

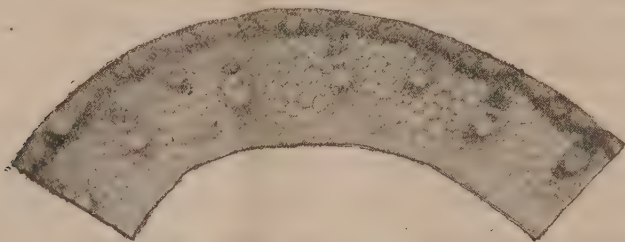
proprietà tali da non aver pari nella lotta contro il detto parassita; ma questo frumento facilmente alletta e tanto più quanto è maggiore la fertilità del terreno ove viene coltivato. Tali fatti imponevano evidentemente da una parte il cercare di migliorare il pregevole grano reatino, e dall'altra il cercare anche di acclimatare all'eccezionale ambiente della pianura di Rieti, coltivandole e selezionandole ripetutamente per anni ed anni, le migliori varietà esotiche, le più produttive, le più resistenti all'allettamento, onde possibilmente renderle resistenti anche alla *ruggine*.



Diametri 42.

FIG. 1. — Sezione ($\frac{1}{4}$) di culmo di frumento *Rieti* (poco resistente all'allettamento).

Ho potuto riunire, da ogni parte del mondo, ben 240 varietà di frumenti, ed in alcuni di essi, divenuti di terza riproduzione per la Vallata reatina, si nota già qualche favorevole risultato in proposito.



Diametri 42.

FIG. 2. — Sezione ($\frac{1}{4}$) di culmo di frumento *Herisson mutico* (resistente all'allettamento).

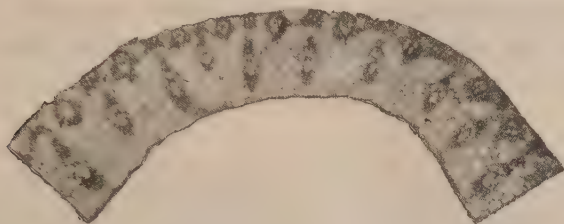
Osservazioni fatte al microscopio su sezioni di culmi di frumenti resistenti all'allettamento e di altre sezioni di culmi di frumento *Rieti*, mi mostrarono come in questo frumento si abbiano fasci libero-legnosi piccoli, in numero limitato e disposti in una sola serie, mentre negli altri si abbiano i detti fasci più numerosi, più sviluppati, con forma allungata, nel senso dei raggi, e spesso disposti su due serie alternate.

Dette osservazioni mi indussero a credere:

1° che la resistenza all'allettamento dovesse essere subordinata al numero, alla forma, alla disposizione dei fasci libero-legnosi;

2° che per dare al *Rieti* quella resistenza che gli manca fosse necessario modificare numero, forma, disposizione dei detti fasci, cosa conseguibile forse soltanto con giudizioso lavoro d'ibridazione.

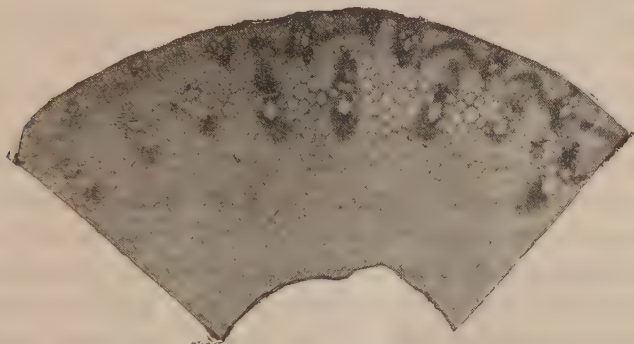
Non ostante, però, che fossi convinto di dover basare le mie speranze sulla creazione di varietà nuove, a mezzo di ibridi, pure volli non trascurare la selezione fisiologica e metodica del grano di Rieti.



Diametri 42.

FIG. 3. — Sezione ($\frac{1}{4}$) di culmo di frumento *Vittoria d'autunno* (resistente all'allettamento).

Sin dall'autunno 1903 intrapresi tale lavoro di selezione seguendo il classico metodo di Hallett; ma nel giugno successivo potei mostrare anche



Diametri 42.

FIG. 42. — Sezione ($\frac{1}{4}$) di culmo di frumento *Poulard S. Apollinare* (resistente all'allettamento).

al chiar. prof. Giuseppe Cuboni (il quale ebbe la bontà di onorare, in quell'epoca, con una sua prima visita i miei Campi sperimentali) come il frumento del campo di selezione, a differenza dei circostanti, perfettamente immuni, fosse stato spietatamente attaccato dalla ruggine.

Tale fatto attribuii al ritardo di maturazione, dovuto alla forte distanza, che, per il metodo Hallett, è consigliato di lasciare fra pianta e pianta; per tale ritardo i tessuti delle piante, non ancora induriti al momento delle forti nebbie della vallata reatina, restarono più esposti e più facilmente danneggiati dai ripetuti attacchi del parassita.

Alla semina successiva, naturalmente, volli ridurre la distanza; e che in ciò io non abbia errato lo hanno dimostrato successive esperienze. L'aver poi constatato che i fiori laterali di ciascuna spighetta, della parte mediana di ciascuna spiga, sono i primi a fecondarsi e che le granella, che ne risultano, sono anche le prime a maturare e sono le più ben costituite, le più pesanti e le più ricche in azoto, mi ha suggerito di scegliere per la semina soltanto queste granella. Ora da tale selezione, così da me modificata, vado ottenendo buoni risultati in riguardo alla bellezza dei cesti, alla lunghezza delle spighe ed alla loro ricchezza in semi; ma, come prevedevo, nulla ancora ho guadagnato in merito alla resistenza all'allettamento.

Nel 1904 mi dedicai al lavoro d'ibridazione ed, in quell'anno, tentai la fecondazione artificiale su 2720 fiori, riuscendo ad ottenere 1089 semi e 53 ibridi, i quali però dal forte rigore dell'inverno successivo, essendosi gelati i vasi ove erano stati seminati, furono ridotti a 34. Nella primavera 1905 i fiori fecondati artificialmente furono 3692, l'attecchimento ebbe luogo su 2379 e gli ibridi riusciti furono 112. Nell'anno appena chiusosi (1906) ho tentato di fecondare 4195 fiori, ottenendo attecchimento su 3387 e la riuscita di 134 ibridi.

Sommando gli ibridi da me ottenuti nei tre anni ed aggiungendo anche l'ibrido Noè χ Rieti (ottenuto nel 1900), sono 300 gli ibridi da me creati sino ad ora; togliendo a questi, però, i 19 morti nell'inverno 1904, ne restano presentemente 281.

In questi ibridi il *Rieti* è entrato 125 volte come elemento maschile e 144 volte come elemento femminile; mentre come elemento opposto ho fatto funzionare successivamente le migliori varietà di frumenti teneri (mutici ed aristati), turgidi, duri ed amilacei, nonchè alcune spelte, qualche segale, orzo, ecc. Solo in 12 ibridi il *Rieti* non ha preso parte alcuna.

I 34 ibridi creati nel 1904, si sono trovati, in questa ultima annata 1906, nel primo anno di *sdoppiamento* o di *disgiunzione* e sono da essi venuti fuori, complessivamente, migliaia e migliaia di tipi. Ad esempio nell'*Herisson mutico* χ *Rieti* troviamo che fra i due genitori corrono almeno 14 caratteri antagonistici facilmente visibili; raggruppando questi caratteri in tutte le combinazioni possibili di gruppi di 14 caratteri ciascuno, ma in maniera che di ciascuna coppia non sia mai presente più di un antagonistico, le forme possibili in questo poliibrido sono 16348. E tante, credo, averne avute, ma io non sono arrivato a studiarne che le 413, da me ritenute più interessanti.

Anche negli altri 33 ibridi, in cui ha avuto luogo la prima *disgiunzione*, ho studiate le forme più interessanti, proporzionandone, per ciascuno, il numero all'importanza dell'incrocio ed alla quantità di caratteri antago-

nistici presentati dai loro genitori, per modo che complessivamente i tipi studiati sommano a 1567.

Le granella di ciascuna spiga, rappresentante ciascuno dei tipi, sono state seminate separatamente in tante aiuole contraddistinte. Se a queste 1567 aiuole si aggiungono le 236 occupate dalle masse e dalle spighe distinte degli ibridi del 1905, (i quali nella nuova stagione avranno la prima *disgiunzione*), e le 134 parcelle seminate con i prodotti della fecondazione artificiale del 1906, sono ben 1937 le aiuole destinate, in questo anno, agli ibridi di frumento ed altrettante quindi sono le partite, più o meno piccole, cui devesi tener dietro.

Il lavoro d'ibridazione, poi, l'ho anche esteso al granturco; allo scopo di ottenere una varietà molto precoce e, contemporaneamente, assai produttiva, nel 1904 incrociai un buon *mais nostrale* a spighe grandi e ben piene di granelle con altri granturchi a maturazione fortemente precoce ma a spighe assai piccole e povere di semi, come il *cinquantino*, il *15 agosto*, il *giallo precoce*, il precoce di Motteaux ecc. Presentemente dei tipi ottenuti ne ho scelti una dozzina e su questi proseguirò la selezione per qualche anno ancora, sino a che non avrò fissata quella forma che reputo più rispondente al fine prefissomi.

Durante questi lavori d'ibridazione specialmente sul frumento, ho avuto campo di fare parecchie osservazioni e qui mi piace accennare a qualcuna delle principali.

Sin dalla raccolta delle cariossidi, ottenute dalla fecondazione artificiale eseguita nel 1904, mi accorsi che l'elemento maschile aveva manifestamente già esercitata la sua influenza sui caratteri di quelle cariossidi.

Per brevità riporto un solo esempio, e cioè le granelle avute per la fecondazione di pistilli di frumento *Rieti* con polline di Herisson mutico; esse, come lo mostrano le figure 5, 6 e 7, hanno, persino, forma più simile a quelle dell'Herisson che a quelle del Rieti.

Con ciò si dimostra che anche nel frumento l'ibridazione dell'embrione è accompagnata dall'ibridazione dell'endosperma, giusta la teoria della doppia fecondazione nell'interno del sacco embrionale.

Avendo poi fecondato pistilli di frumento con polline di loglio ed anche con polline di mais, ed avendo ottenuti da quelli ovari ingrossatisi corpi simili a delle granella, che però non furono capaci di germinare, non è forse lecito supporre che in tali casi il polline abbia potuto avere azione fecondante solo sul nucleo del sacco embrionale e non sull'oosfera?

Come già il Biffen, anch'io ho trovata riconferma delle geniali leggi del Mendel. puranche nell'ibridazione del frumento.

Nella prima generazione, però, in quanto riguarda la *prevalenza*, io debbo notare che caratteri antagonistici *dominanti* in un dato ibrido possono divenire *remissivi* per un altro. Così, ad esempio, nella maggior parte degli ibridi il carattere *spiga rada* è *dominante*, mentre negli ibridi tra il Rieti e gli Herisson diviene assolutamente remissiva. Inoltre, ai caratteri antagonistici, dal Biffen registrati per i frumenti, io debbo aggiungerne parecchie

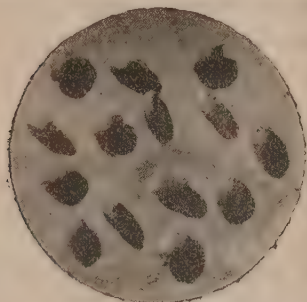


FIG. 5. — *Herisson mutico*.

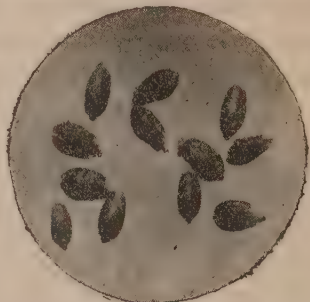


FIG. 6. — *Rieti* × *Herisson*.

altre coppie assai marcate, delle quali le principali riguardano: 1° l'accestimento, 2° l'altezza della paglia, 3° la lunghezza delle spighe, 4° il loro colore, 5° la loro compressione sui profili, 6° la lunghezza delle glume,

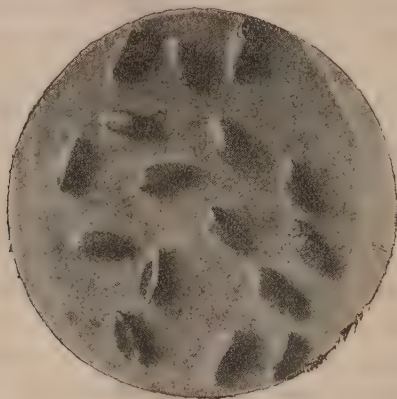


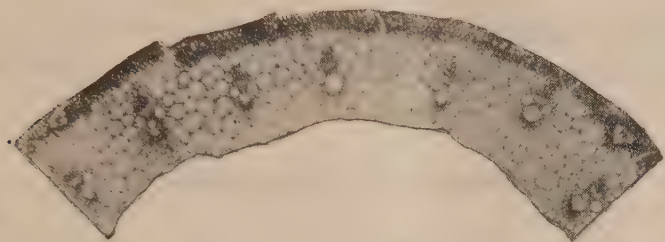
FIG. 7. — *Rieti*.

7° la forma delle cariossidi, 8° (quando l'incrocio ha avuto luogo tra due aristati) la lunghezza, robustezza e direzione delle ariste, ecc.

Nella seconda generazione, ottenuta per autofecondazione, ho potuto apprezzare a colpo d'occhio che i caratteri antagonistici si comportano secondo la legge della *disgiunzione*, ma mi è piaciuto fare anche un po' di statistica per averne una conferma aritmetica. Prendendo di mira un carat-

tere molto ben visibile e cioè la *presenza* od *assenza* di ariste, ho contate le spighe mutiche e quelle aristate distintamente per 15 ibridi (prodotti d'incrocio di un mutico con un aristato), ed ho avuta la cercata conferma. Infatti, senza riportare le singole somme avute per ogni singolo ibrido e limitandomi a dare qui i soli dati complessivi di tutti i 15 ibridi, nei quali furono fatti i conteggi, su un totale di 172696 spighe ne ho avute 129047 mutiche e 43649 aristate, cioè tre quarti dei prodotti hanno presentato il carattere *dominante* (muticità) ed un quarto la remissiva (ariste).

Ho voluto prendere in considerazione anche qualche altra coppia di antagonistici; così nell'ibrido Herisson mutico \times Rieti ho contate separatamente le spighe rosse (*dominante*) da quelle bianche (*remissiva*), le spighe



Diametri 42.

FIG. 8. — Sezione ($\frac{1}{4}$) di culmo dell'ibrido Rieti \times Herisson mutico.

lunghe (*remissiva*) dalle lunghe (*dominanti*) e su 37972 spighe (produzione totale) ne ho avute rosse 27034 contro 10939 bianche e su 32124 (=37972—5848 spighe di media lunghezza) ne ho avute 24675 brevi contro 7449 lunghe. Altra chiarissima riconferma!

Fra i tipi venuti fuori nella 2^a generazione dalla *disgiunzione* di ibridi, nei quali uno dei genitori fu o un *duro* od un *turgido*, se ne notano di quelli che per la forma della spiga, per l'articolazione della rachide e per le glume restanti aderenti alle cariossidi, sono assai simili a dei veri spelta. Altri poi sono somiglianti ad orzi, altri a segali ed altri infine hanno forma marcatamente aegilopsoidea. Donde queste forme? Non possono esse far pensare a dei lontani progenitori?

La ristrettezza dello spazio concesso ad una Nota preventiva non mi permette di allegare le fotografie che riguardano le dette interessanti forme, le quali, se non per altro, almeno per quanto riguarda l'origine dei frumenti e di altri cereali coltivati, possono non esser prive d'importanza.

Un'ultima osservazione, alla quale pure piacemi accennare, è che avendo sottoposte al microscopio sezioni di culmi di ibridi di Rieti incrociato con frumenti resistenti all'allettamento, ho potuto notare come siasi verificata la desiderata modificazione del numero, della forma, della disposizione dei fasci libero-legnosi (fig. 8); mentre in altre sezioni di culmi di Rieti accurata-

mente selezionato per tre anni, non si scorge alcuna modificazione in proposito.

Queste brevi notizie, che, in attesa di mezzi possibili per poter fare una pubblicazione dettagliata e corredata di illustrazioni riproducenti le numerose fotografie già preparate, ho così succintamente esposte, hanno soltanto lo scopo di dare un cenno della bellezza dei miei studi d'ibridazione, per i quali ho viva speranza di potere arrivare, in un tempo più o meno lungo, ad ottenere varietà di frumenti e di altri cereali rispondenti ai desideri ed alle esigenze della moderna agricoltura.

Fisiologia vegetale. — *Sulla scoperta dell'aldeide formica nelle piante.* Nota di GINO POLLACCI, presentata dal Socio GIOVANNI BRIOSI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

L. TENCHINI e P. CAVATORTI. *Sulla morfologia della ghiandola tiroide normale nell'uomo.* Presentata dal SEGRETARIO.

A. RUSSO. *Modificazioni sperimentali dell'elemento epiteliale dell'ovaia dei Mammiferi, da servire come base per la determinazione artificiale del sesso femminile e per la migliore interpretazione della legge Mendel sulla prevalenza degl'ibridi.* Presentata dal Socio B. GRASSI.

CONCORSI A PREMI

Il Segretario MILLOSEVICH annuncia che all'elenco dei concorrenti ai premi del Ministero della Pubblica Istruzione, del 1906, per le *Scienze naturali*, devesi aggiungere un altro, che in tempo utile trasmise i titoli seguenti:

VOGLINO PIETRO. 1) « Ricerche intorno allo sviluppo ed al parassitismo delle *Septoria graminum* Desm. e *Glumarum* Pass. » (st.). — 2) « Contribuzione allo studio della *Phyllactinia corylea* (Pers.) Karsten » (st.). — 3) « Osservazioni sulle principali malattie crittogamiche sviluppatesi nel-

l'anno 1904 sulle piante coltivate nella provincia di Torino e regioni vicine » (st.) — 4) « Sullo sviluppo e sul parassitismo del *Clasterosporium carpo-philum* (Lév.) Ad. » (st.). — 5) « I funghi più dannosi alle piante osservati nella provincia di Torino e regioni limitrofe nel 1905 » (st.). — 6) « Sullo sviluppo della *Ramularia aequivoca* (Ces.) Sacc. » (st.). — 7) « Ricerche intorno al polimorfismo della *Botrytis cinerea* in relazione colla *B. parasitica* » (ms.).

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 20 gennaio 1907.

- ACHIARDI G. (D'). — I minerali dei marmi di Carrara. Parte terza: Epidoto, Michele, Anfiboli, Albite, Scapolite. Pisa, 1906. 8°.
- ALOISI P. — Contributo allo studio petrografico delle Alpi Apuane. Rocce granitiche, eufotidiche, diabasiche e serpentinosi. Roma, 1906. 8°.
- AMODEO F. — Ernesto Cesaro. (Cenni necr., dal Period. di Mat. vol. XXII, fasc. II). s. l. ed a. 8°.
- AMODEO F. — I trattati delle sezioni coniche da Apollonio a Limson. (Annali del R. Ist. Tecnico, XXIII). Napoli, 1905. 8°.
- AMODEO F. — Sul corso di storia delle scienze matematiche nella R. Università di Napoli. (Bibliotheca mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Math. Wissenschaften III Folg. VI, B.). Leipzig, 1904. 8°.
- ANDREWS E. C. — Mineral resources n. 11. Molybdenum. (New South Wales-Department of Mines. Geol. Survey) Sydney, 1906. 8°.
- BALBI V. e VOLTA L. — Passaggi dei lembi della luna e determinazione dell'ascensione retta dal cratere Möttig A. osservati al Circolo Meridiano di Torino negli anni 1901 e 1902. (Accad. R. delle sc. di Torino. 1902-1903). Torino, 1903. 8°.
- BALDANI L. — Il giacimento solfifero della Louisiana (Stati Uniti d'America). Ministero di Agr., Ind. e Comm. Direzione gen. dell'Agricoltura. Pubblicato dal Corpo reale delle Miniere. Roma, 1906. 8°.
- BELAR. A. — Bodenbewegungen und die Stabilität der Bauten. (Neuest Erdbeben Nachrichten. Beilage der Monatschrift «Die Erdbebenwarte» Jahrg. II. Neue Folge, n. 2). Laibach, 1906-07. 8°.
- BERLKSE A. e SILVESTRI F. — Descrizione di un nuovo genere e di una nuova specie di «Lecanite» vivente sull'olivio. (Dal Redia, vol. III, fasc. 2°). Firenze, 1906. 8°.
- BOCCARDI G. — Apparenza del pianeta Marte (dalle Mem. della Classe di sc. della R. Acc. degli Zelanti, 3. serie, vol. IV). Acireale, 1906. 8°.
- BOCCARDI G. — Orbita definitiva del pianeta (347) «Pariana». (Accad. R. delle scienze di Torino 1903-04). Torino, 1904. 8°.
- BORROMEO G. — Museo Mineralogico Borromeo. Note illustrative pubblicate in occasione del 50° anniv. della fondazione della Soc. ital. di scienze nat. di Milano. Milano, 1906. 8°.
- BRA M. — Recherches microbiologiques sur l'Epilepsie. (Publ. du Progrès Médical Arch. de Neurologie, 1905). Paris, 1905. 8°.
- CAVARA F. — Bacteriosi del Fico. (Istituto bot. della R. Università di Catania). Catania, s. a. 8°.
- CAVARA F. — «Gussonea». Giardino alpino sull'Etna. (Nuovo Giorn. bot. ital. Nuove teorie, XII, 4). Catania, 1905. 8°.
- CAVARA F. — Influenza del coperto di neve sullo sviluppo della Scilla bifolia alle Madonne. (Nuovo Giorn. bot. ital. Nuova serie, XII, 4). Catania, 1905. 8°.
- CAVARA F. — Risultati di una serie di ricerche crioscopiche sui vegetali II. (Dall'Ist. Bot. di Catania agosto 1905). Catania, 1905. 8°.
- CVIJC J. — Eléments de Géographie et de Géologie de la Macédoine et de la Vieille Serbie I, II. Belgrad, 1906. 4°.
- DAVENPORT C. R. — Inheritance in Poultry. (Carnegie Inst. of Washington). Washington, 1906. 8°.

- ERIKSSON J. — Einige Bemerkungen über das Mycelium des Hexenbesenrostpilzes der Berberitze (Sonderabd. aus d. Berichten der Deut. Bot. Gesellschaft, Jahrg. 1897, XV, 4). Berlin, 1897. 8°.
- ERIKSSON J. — Studier öfver Berberisbuskens Hexqvastrost *Puccinia Arrhenatheri* Kleb. (Meddelanden från K. Landtbruks-Akad. Experim. n. 45). Stockholm, 1897. 8°.
- ERIKSSON J. — Studier och Iakttagelser öfver våra sädesarter. II Bidrag till det odlade hvetets systematik. (Meddelanden från K. Landtbruks-Akad. Experiment. n. 17). Stockholm, 1893. 8°.
- ERIKSSON J. — Ein parasitischer Pilz als Index der inneren Natur eines Pflanzenbastards. 1895. s. l. 8°.
- ERIKSSON J. — Fungi parasitici scandinavii exsiccati. Index universalis. Fasc. 1-10, sp. 1-500. s. l. et a. 8°.
- ERIKSSON J. — Wie soll ein Internationales Phytopathologisches Versuchswesen organisirt werden? Stockholm, 1891. 8°.
- ERIKSSON J. — Welche Rostarten zerstören die australischen Weizenarten? (Sonderabd. aus der "Zeitsch. für Pflanzenkrankheiten". VI, 3). Stuttgart, s. a. 8°.
- ERIKSSON J. — Einige Beobachtungen über den stammbewohnenden Kiefernblasenrost, seine Natur und Erscheinungsweise. (Abd. aus dem Centralblatt f. Bakteriologie, II Abt.). Jena. 1906. 8°.
- ERIKSSON J. — Om läge temperaturgraders gynsamma inverkan på vissa svampsporerers groning. (Meddelanden från K. Landtbruks. Akad. Experiment. n. 34). Stockholm, 1895. 8°.
- ERIKSSON J. — Qu'ont fait jusqu'à présent les gouvernements de l'Europe en vue de favoriser l'étude des maladies des plantes importantes en vue de réduire les effets des tracteurs de ces maladies? Que peut-on et doit-on faire encore dans ce sens? (Internat. land-und forstwirtschaftlicher Congress zu Wien, 1890). Wien, 1890. 8°.
- ERIKSSON J. — Ueber das Urmeristen der Dikotylen-Wurzeln. (Separat-Abdruck aus Pringsheims Jahrb. f. wiss. Bot. B. XI. H. 3). Leipzig. 1897. 8°.
- ERIKSSON J. — Ueber Wärmebildung durch intramolekulare Athmung der Pflanzen. (Separat-Abdruck aus "Untersuchungen aus dem botan. Institute in Tübingen"). Leipzig, 1881. 8°.
- ERIKSSON J. — Bidrag till kännedomen om våra odlade växters sjukdomar. I. (Meddelanden från K. Landtbruks. Akad. Experim. n. 1). Stockholm, 1885. 8°.
- ERIKSSON J. — The researches of Prof. H. Marshall Ward on the Brown Rust on the Bromes and the Mycoplasma Hypotheses (Arkiv för Botanik. B. I). Stockholm, 1903. 8°.
- ERIKSSON J. — Zur Frage der Entstehung und Verbreitung der Rostkrankheiten der Pflanzen. Kritische Bemerkungen. (Arkiv. för Botanik. B. 5, n. 3). Uppsala. 1903. 8°.
- ERIKSSON J. — Comment organiser des travaux internationaux de pathologie végétale? Stockholm, 1900. 8°.
- ERIKSSON J. — Ueber den Berberitzenstrauch als Träger und Verbreiter von Getreiderost. (Die landwirtschaftlichen Versuchs-Stationen. Band XLIX). Berlin, 1897. 8°.
- ERIKSSON J. — Nya Iakttagelser rörande kronrostens natur och förekomst (Meddelanden från K. Landtbruks. Akad. Experim. n. 48). Stockholm, 1897. 8°.
- ERIKSSON J. — Der heutige Stand der Getreiderostfrage. (Sonderabd. aus d. Berichten der Deutschen Botanischen Gesellschaft. Jahrg. 1897, XV, 3). Berlin, 1897. 8°.
- ERIKSSON J. — Om fruktträdsskorf och fruktträdsmögel samt medlen till dessa sjukdomars bekämpande (Meddelanden från Landtbruks. Akad. Experiment. n. 76). Stockholm, 1903. 8°.
- ERIKSSON J. — On the vegetative life of Uredinae. (Annals of Botany. XIX, n. 73). s. l. et a., 8°.
- ERIKSSON J. — Zur Kenntnis der Winterfestigkeit der Winterweizensorten (Son-

- derabd. aus der Naturwissensch. Zeitschrift für Land-und Forstwirtschaft Heft 4. Jahrg. 1903). Stuttgart, s. a. 8°.
- ERIKSSON J. — Om uppkomst och spridning af sädesrost ur och genom utsädeskör. (Meddelanden från K. Landtbruks. Akad. Experim. n. 72). Stockholm, 1902. 8°.
- ERIKSSON J. — Ueber die Spezialisierung des Getreideschwarzrostes in Schweden und in anderen Ländern. (Abruck aus dem Centralbl. für Bakteriologie. Parasitenkunde und Infektionskrankheiten. Zweite Abt. IX. Band. 1902). Jena, 1902. 8°.
- ERIKSSON J. — Fortgesetzte Studien über die Hexenbesenbildung bei der gewöhnlichen Berberitze. (Beitr. zur Biologie der Pflanzen, Bd. VIII, H. II). Breslau, s. a. 8°.
- ERIKSSON J. — Nouvelles études sur la rouille brune des céréales (Annales des sciences nat. Septieme série). Paris, s. a. 8°.
- ERIKSSON J. — Étude sur le *Puccinia Ribis* D.C. des groseilliers rouges. (Extr de la Revue Générale de Botanique. T. X, 1908). Paris, 1898. 8°.
- ERIKSSON J. — Ueber die Dauer der Keimkraft in den Wintersporen geviasser Rostpilze. (Abd. aus dem Centralblatt für Bakter. Parasitenkunde. IV. Bd. 1898). Jena, 1898. 8°.
- ERIKSSON J. — Principaux résultats des recherches sur la rouille de céréales exécutées en Suède. (Ext. de la Revue gén. de Botanique. T. X, 1898). Paris 1898. 8°.
- ERIKSSON J. — Weitere Beobachtungen über die Spezialisierung des Getreideschwarzrostes. (Sonderabd. aus der „Zeitschrift für Pflanzenkrankheiten“. VII Bd. 3. H.) Stuttgart, s. a. 8°.
- ERIKSSON J. — Zur Charakteristik des Weizenbraunrostes. (Abd. aus dem Centralblatte für Bakter. etc. II Abd., 2 B). Jena, 1897. 8°.
- ERIKSSON J. — Der amerikanische Stachelbeermehltau in Europa, seine jetzige Verbreitung und der Kampf gegen ihn. (Sonderabd. aus der „Zeitschrift für Pflanzenkrankh. XVI, 2). Stuttgart, s. a. 8°.
- ERIKSSON J. — Der Kampf gegen den amerikanischen Stachelbeermehltau in Schweden. Deutsche landwirtschaftl. Presse. Sonderabd. aus n. 69, 1906). Berlin, s. a. 8°.
- ERIKSSON J. — Kgl. Landtbruks. Akademiens värtfysiologiska försöksanstalt ill upplysning och vägledning för utställningsbesökande. (Tjugonde allmänna Swenska Landtbruksm. i Norrköping 1906). Stockholm, 1906. 8°.
- ERIKSSON J. — Klumprot sjuka ä käl. En alltmer tilltagande sjukdom ä våra halvaxter. (K. Landt. Akad. Fl. n. 4. Apr. 1906). Stockholm, 1906. 8°.
- ERIKSSON J. — Landtbruksbotanisk berättelse of år 1906. (Afgif. vid, K. Landtbr. Akad. högtidsdag ben 28. Jan. 1906). Stockholm, 1906. 8°.
- ERIKSSON J. — Un Institut international d'agriculture et la lutte contre les maladies des plantes cultivées. Question soumise à l'Assemblée de délégués, réunie à Rome). Stockholm. 1905. 8°.
- ERIKSSON J. — Den amerikanska Krusbärsmjöldaggen pa-Svensk mark. (Meddelanden fra K. Landtbruks-. Akad. Experim. n. 87). Stockholm, 1906. 8°.
- ERIKSSON J. — Amerikanska krusbärsmjöldaggen i Sverige. Ett gifakt till vara krusbärsodlare (K. Landtbr. Akad. Fl. n. 1). Stockholm, 1906. 8°.
- ERIKSSON J. — Einige Studien über den Wurzelstötter. (*Rhizoctonia violacea*) der Möhre, mit besonderer Rücksicht auf seine Verbreitungsfähigkeit (Abd. aus dem *Centralbl. f. Bakteriologie, Parasitenkunde u. Infektionskrankh. II, Abt.*) Jena, 1903. 8°.
- ERIKSSON J. — Ist es wohlbedacht den Beginn einer planmässigen internationalen Arbeit zum Kampfe gegen die Pflanzenkrankheiten noch immer aufzuschieben? Eine den Behörden des Pflanzenbaues in den europäischen

- Staaten vorgelegte Frage. Stockholm, 1905. 8°.
- ERIKSSON J. — Moderna strömningar inom den utländska malkornodlingen samt i fråga om värdesättningen ä malkorn. (Föredrag, hallet vid VIII almäna Svenska bryggaremötet i Malmö den 11 Aug. 1905). Stokholm, 1905. 8°.
- ERIKSSON J. — Landtbruksbotaniskt försäksväsen utomlands, dess organisation och arbetsriktningar. (Reseberättelse afgifven till Kungl. Landtbruksstyrelsen). s. l. et a. 8°.
- ERIKSSON J. — Sur l'appareil végétatif de la rouille jaune des céréales. *Compt. rend. des Séances de l'Acad. des sciences*. Paris, 1903. 4°.
- ERIKSSON J. — Nouvelles recherches sur l'appareil végétatif de certaines Uredinées. (*Compt. rend. des Séances de l'Acad. d. Sciences*). Paris, 1904. 4°.
- ERIKSSON J. — Studier öfver leguminoernas rotknölar. (Akademisk Afhandling, som med tillstånd af viddberömda filosofiska fakulteten i Lund). Lund, 1894. 4°.
- ERIKSSON J. und HENNING E. — Die Hauptresultate einer neuen Untersuchung über die Getreideroste. (Sonderab. aus d. „Zeitschrift für Pflanzenkrankheiten“, IV, 2.) Stuttgart, 1894. 8°.
- ERIKSSON J. u. TISCHLER G. — Über das vegetative Leben der Getreiderostpilze. — I. *Puccinia glumarum* (Schm.) Eriks. und Henn. in der heranwachsenden Weizenplanze. — II. *Puccinia dispersa* Eriks. in der heranwachsenden Roggenplanze. — III. *Puccinia glumarum* (Schm.) Erikss. und Henn. in den heranwachsenden Gerstenplanze. — IV. *Puccinia graminis pers.* in der heranwachsenden Getreideplanze. (K. Svenska Vetensk.-Akad. Handl. 37, 38, 30. Stockholm, 1904-05. 4°.
- FERRERO E. — Sul terzo massimo invernale nell'andamento diurno del barometro. (Accad. R. delle sc. di Torino. 1903-04). Torino, 1904. 4°.
- LIEBEN ADOLF — Festschrift zum fünfzigjährigen Doktorjubiläum und zum siebenzigsten Geburtstage von Freunden, Verehrern und Schülern gewidmet. Leipzig, 1906. 8°.
- FISCHER E. — Untersuchungen über Aminosäuren, Polypeptide und Proteine. (1899-1906). Berlin, 1906. 8°.
- GIANNUZZI N. — Terremoti registrati a Firenze al Collegio della Querce. Fascicoli dei diagrammi sismici. Pubbl. dell'Osserv. del Collegio. Firenze, 1905-06. f.
- GILL D. — On the origin and progress of Geodetic Survey in South Africa, and of the african Arc of Meridian. s. s. 1905. 8°.
- GOEBEL K. — Zur Erinnerung an K. F. Ph. v. Martius. Gedächtnisrede bei Enthüllung seiner Büste im K. Botan. Garten in München, am 9 Juni 1905. München, 1905. 4°.
- GOUVEA H. de — A Conferencia internacional de Copenhagere sobre a Tuberculose, (Majo 1904). Relatorio apresentado ao Exmo Snz. Dr. J. J. Seabra, ministro da Justça. Paris, 1905. 4°.
- HERMAN O. — Recensio critica automatica of the Doctrine of Bird-migration. Magyar ornithol. Közpark Hung. Centr. Office of Ornithologeg.) Budapest, 1905. 8°.
- KJELLMAN F. R. — Botaniska Studier. Upsala, 1906. 8°.
- LAGANÀ N. — I propulsori marini a pale flessibili „Laganà“. Napoli, 1906. 8°.
- LEBON E. — Sur des systèmes de nombres permettant de trouver rapidement les facteurs premiers d'un nombre (*Journal de sciences mathemat. phys.* (Lisbonne). Lisbonne, 1006. 8°.
- LEBON E. — Theorie et construction de tables permettant de trouver rapidement les facteurs premiers d'un nombre (*Rend. della R. Accad. dei Lincei*. 22 aprile 1906). Roma, 1906.
- LORI F. (ed altri) — Relazione della Commissione incaricata di giudicare il lavoro presentato al secondo Concorso Pezzini-Cavalletto sul riproposto tema: Considerare con uno studio completo

- teorico pratico... i risultati dell'impiego dell'energia elettrica alla trazione ferroviaria (Soc. d'Incoraggiamento). Padova, 1906. 8°.
- MANASSE E. — Contribuzioni alla Mineralogia della Toscana. Pisa, 1900. 8°.
- MANASSE E. — Tetraedrite del frigidio. (Varietà frigidite) e minerali che l'accompagnano. Pisa, 1906. 8°.
- MOISSAN H. — *Traité de Chimie minéral*, publié sous la direction de... Tome V, Métaux. Paris, 1906. 8°.
- MONTICELLI F. S. — Notizie sulla origine e le vicende del Museo zoologico della R. Univ. di Napoli. Napoli, 1905. 4°.
- MUNARON L. — Proposta di una base sperimentale per la profilassi del cretinismo endemico. Nuove idee sulla patogenesi del cretinismo endemico. Roma, 1906. 8°.
- MÜNSTERBERG H. — *Harward psychological Studies*, edited by.... Vol. II. Boston, 1906. 8°.
- NEVIANI A. — Briozoi viventi e fossili illustrati da Ambrogio Soldani nell'opera *Testaceographia ac Zoophytographia parva et microscopica*. (1789-1798). Roma, 1906. 8°.
- PASCAL E. — Sui determinanti composti e su di un covariante estensione dell'Hessiano di una forma algebrica. (Rend. del Circolo Mat. di Palermo. XXII, 1906). Palermo, 1906. 8°.
- PASCAL E. Sulla equivalenza di due sistemi di forme differenziali multilineari e su quella di due forme differenziali complete di 2° ordine. (Rend. del Circolo Mat. di Palermo. Apr. 1906). Palermo, 1906. 8°.
- PIPER CH. V. — *Flora of the State of Washington*. (Smithsonian Inst. U. S. Nat. Museum. Contributions from the U. S. Nat. Herbarium. Vol. XI). Washington, 1906. 8°.
- RASPAIL X. — *Une station ornithologique dans l'Oise*. (Mém. de la Soc. Zool. de France. 1905). Paris, 1905. 8°.
- ROLHPLETZ A. — *Gedächtnisrede auf Karl Alfred von Zitel*, gehalten in der öffentl. Sitzung der K. B. Akad. der Wissenschaften zu München zur Feier ihres 146 Stiftungstages, am 15 März 1905. München, 1905.
- SIMM A. and. GILL D. — *Report of the Geodetic Survey of part of Southern Rhodesia*. (Geodetic Survey of South. Africa. Vol. III). Cape Town, 1905. 4°.
- DI STEFANO G. — *Commemorazione del prof. Gaetano Giorgio Gemmellaro*, tenuta nell'Università di Palermo il 16 marzo 1905. Palermo, 1906. 8°.
- Transvaal. Meteorological Departement. *Annual reports for the year ended 30th June 1905*. Pretoria, 1906. 4°.
- VANGHETTI G. — *Plastica e protesi cinematiche*. Nuova teoria sulle amputazioni e sulla protesi. Empoli, 1906. 8°.
- VOLTA L. — *Riassunto delle registrazioni geodinamiche del grande sismometrografo Agamennone dell'Osserv. Astron. della R. Univ. di Torino durante l'anno 1901*. (Accad. R. delle Scienze di Torino, 1901-1902). Torino, 1902. 8°.
- WASHINGTON H. S. — *The Roman Comagmatic Region*. (Carnegie Inst. of Washington). Washington, 1906. 8°.

E. M.